فصل دوم

اجزاء مدار

عناصری که درساختمان مدارهای فشرده‌الکتریکی بکارمیروند عبارتند از: مقاومت ، دیود(۱)، ترانزیستور ، لامپ خلاء ، خازن ، سلف ، ترانسفورماتور و غیره . هرعنصری به منظور استفاده از یک خاصیت اصلی فیزیکی طرح شده است . متأسفانه معمولاً ساختن یک عنصر فیزیکی که فقط یک خاصیت اصلی فیزیکی را نشان دهد ممکن نیست . مثلاً یک مقاومت ، جسم هادی دوسری است که انرژی الکتریکی را به‌انرژی‌حرارتی تبدیل میکند و ولتاژ $v(t)$ دوسرآن تنها به‌جریان $i(t)$ داخل آن بستگی دارد . این ، یک تصویر فیزیکی تقریبی است زیرا هرجریانی یک حوزه مغناطیسی ایجاد میکند و درنتیجه هرمقاومتی مقداری انرژی درحوزه مغناطیسی خود ذخیره مینماید . معمولاً انرژی ذخیره شده آنقدرکم است که میتوان آنرا درتجزیه تحلیل و طرح مدار نادیده‌گرفت . بنابراین ، یک مقاومت را تنها بطور تقریبی میتوان بعنوان مدلی‌که درقانون اهم(۲) صدق میکند تصور نمود . این مدل سازی تقریبی نشان دهنده این واقعیت اساسی‌است که درتجزیه تحلیل وطرح مدارهای الکتریکی باید بادرنظرگرفتن «تقریب‌هائی»(۳) ،مدلهای‌مناسبی‌را انتخاب نمود، زیرا مطالعه دقیق‌خواص فیزیکی‌اغلب عناصرمدار ، تقریباً امکان‌پذیر نیست. دراینجا، موقعیت ما نظیر فیزیک‌دانی‌است که نمیتواند تشکیلات آزمایشی مورد استفاده خود را بطور کاملاً دقیق توصیف کند . مثلاً ، او بمعرفی مفهوم یک ذره میپردازد ، با اینکه میداند هرشیئی فیزیکی دارای ابعاد فیزیکی‌است ، یا یک جسم سخت را تعریف میکند ، درصورتیکه کلیه اجسام درفیزیک دارای‌خواص الاستیک هستند. با روش مشابهی درتئوری مدار، عناصر ایده‌آلی (درمقابل عناصر فیزیکی) تعریف میشوندکه بعنوان **اجزاء مدار** (یا باختصار **اجزاء**) تلقی خواهند شد. کلیه این اجزاء مدار ، به مفهومی که درفصل اول بحث شد ، جزو عناصر فشرده خواهند بود . این عناصر ایده‌آل مدل‌های نظری هستند که ما نتایج آزمایشهای خود را برحسب آنها تعبیر کرده ، مدارهای عملی را طرح خواهیم‌کرد. در این فصل، ما به تعریف وبحث دربارهٔ خواص اجزاء مداری که دو سر دارند می‌پردازیم . این عناصر را **عناصر دوسر**(۴) می‌نامیم . درفصل هشتم اجزاء مدار دیگری معرفی خواهند شد که بیش از دوسر دارند .

---

۱ — Diode
۲ — Ohm's Law
۳ — Approximations
٤ — Two Terminal Elements

۱ - مقاومت‌ها

درفیزیک مقدماتی (فیزیک سال دوم) ، تنها مقاومتی که درقانون اهم صدق کند درنظر گرفته شد . یعنی ولتاژ دوسر چنین مقاومتی متناسب با جریانی است که از داخل آن میگذرد . وسائل الکترونیکی زیادی درمهندسی وجود دارند که درقانون اهم صدق نمیکنند ولی خواص مشابهی دارند . اینگونه وسائل بطور روز افزونی درسیستمهای کامپیوتر، کنترل و ارتباطات بکار میروند . بنابراین لازم است که شناسائی اجزاء اصلی یک مدار با دید وسیعتری انجام گیرد . باین‌طریق میتوان درتجزیه تحلیل وطرح مدارهای مختلفی که در زمان حال یا آینده ممکن است با آن مواجه شویم ، آمادگی بیشتری داشت .

یک عنصر دوسر را **مقاومت** گویند، اگر درهرلحظه t از زمان، ولتاژ $v(t)$ وجریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که درصفحهٔ vi (یا صفحه iv) بوسیلهٔ یک منحنی تعریف میشود صدق کنند. این منحنی، **مشخصهٔ**[1] **مقاومت درلحظهٔ t** نامیده میشودومجموعهٔ مقادیری راکه جفت‌متغیرهای $v(t)$ و $i(t)$ درلحظهٔ t ممکن‌است‌دارا باشند معین‌میکند. معمولترین مقاومتی که بکار میرود مقاومتی است که مشخصه آن با زمان تغییر نمیکند، این مقاومت را **تغییر ناپذیر بازمان**[2] گویند . مقاومتی را **تغییرپذیر بازمان**[3] گویندکه مشخصه آن با زمان تغییر کند. در دیاگرامهای مداری، یک مقاومت مانند شکل (۱ - ۱) کشیده میشود . درمورد یک مقاومت نکته‌اصلی آنست که بین مقدار «لحظه‌ای»[4] ولتاژ ومقدار «لحظه‌ای» جریان رابطه‌ای‌وجود دارد. نمونهٔ مشخصه‌های مقاومت‌ها درشکل‌های (۲ - ۱) تا (٤ - ۱) ، شکل(٦ - ۱) وشکلهای(۸ - ۱) تا (۱۲ - ۱) نشان‌داده شده‌اند.

شکل۱-۱ - نمایش یک مقاومت ، ملاحظه کنید که جهت قراردادی ولتاژ و جهت قراردادی جریان، جهت‌های‌قراردادی متناظر هستند .

---

۱ — Characteristic
۲ — Time-invariant
۳ — Time-variant
٤ — Instantaneous

هرمقاومتی را میتوان برحسب آنکه خطی یا غیرخطی، تغییرپذیر بازمان ویا تغییرناپذیر بازمان باشد، به‌چهارطریق طبقه بندی نمود. مقاومتی را **خطی**[1] گویند که در هرلحظه از زمان، مشخصه آن خط مستقیمی باشد که ازمبداء می گذرد. مقاومتی را که خطی نباشد **غیر خطی**[2] گویند. اکنون به مطالعه جزئیات این چهار نوع مقاومت میپردازیم.

۱-۱- مقاومت خطی تغییر ناپذیر با زمان

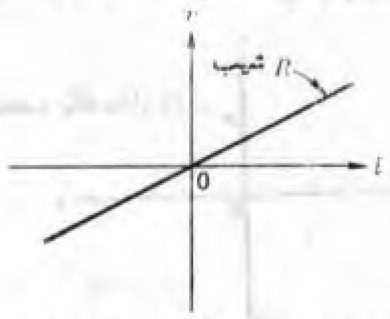
مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان طبق تعریف، مقاومتی است که مشخصه آن خط مستقیمی باشد که ازمبدأ گذشته و با زمان تغییرنکند، طبق شکل(۲ - ۱). بنابراین رابطهٔ بین مقدار لحظه‌ای ولتاژ $v(t)$ و مقدار لحظه‌ای جریان $i(t)$ طبق قانون اهم بصورت زیر بیان میشود:

$$v(t)=R\,i(t) \quad \text{یا} \quad i(t)=G\,v(t) \qquad (۱-۱)$$

که درآن:

$$R=\frac{1}{G} \qquad (۱-۲)$$

R و G مقادیر ثابت بوده به v و i و t بستگی ندارند. R را **مقاومت**[3] و G را **رسانائی**[4] گویند. درمعادلات (۱ - ۱) و (۲ - ۱) واحدهای ولتاژ، جریان، مقاومت



شکل۲-۱ - مشخصه یک مقاومت «خطی» درهرلحظه خط مستقیمی است که از مبداء میگذرد. شیب R درصفحه iv، مقدار مقاومت را معین میکند.

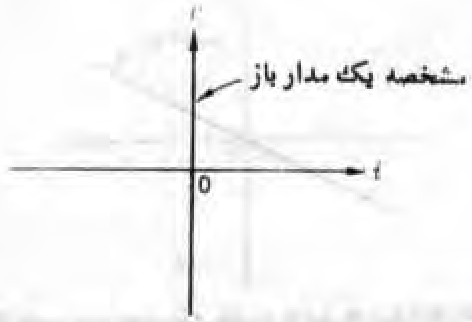
۱ — Linear ۲ — Nonlinear

۳ — Resistance ٤ — Conductance

و رسانائی بترتیب عبارتند از ولت، آمپر، اهم‌وسهو[۱]. توجه کنید که درمعادله (۱-۱)، رابطهٔ بین $i(t)$ و $v(t)$ برای یک‌مقاومت‌خطی تغییرناپذیر بازمان‌بوسیلهٔ یک «تابع خطی» بیان میشود. معادله اول(۱-۱)، $v(t)$ را بصورت یک تابع خطی $i(t)$ ومعادله دوم، $i(t)$ را بصورت یک تابع خطی $v(t)$ بیان‌میکند. چون مقاومت‌خطی تغییرناپذیر با زمان‌درمدارها اهمیت بسیاری دارد ازاین‌روعبارت زیر تأکید میشود: «یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان مقاومتی است که درقانون اهم داده شده درمعادله (۱-۱) صدق کند، دراین معادله R و G مقادیر ثابت‌اند.»

میتوان یک‌مقاومت کربنی[۲] را که درجه‌حرارت آن ثابت نگهداشته شده است بعنوان مدل یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان بیان نمود، مشروط برآنکه حدود تغییرات ولتاژ وجریان‌آن بطورمناسبی‌محدود شود. آشکار است که اگر ولتاژ یا جریان بیش ازمقدار تعیین شده باشد مقاومت داغ شده وحتی ممکن‌است بسوزد.

دونمونه ویژه از مقاومتهای خطی تغییرناپذیر بازمان که موردتوجه خاص ما هستند عبارتند از «مدار باز[۳]» و «مدار با اتصال کوتاه[۴]». یک عنصر دوسر را **مدار باز** گویند اگرجریان آن شاخه بازاء همه مقادیر ولتاژ شاخه مساوی صفر باشد. مشخصه یک مدار باز محور v درصفحهٔ iv میباشد طبق شکل(۳-۱). این‌مشخصه دارای شیب بینهایت یعنی $R=\infty$ و یا $G=0$ است. یک عنصر دوسر را **مدار با اتصال کوتاه**



شکل۳-۱ - مشخصه یک مدار باز منطبق برمحور v است زیرا جریان آن همواره مساوی‌صفر است.

---

۱ — Mho
۲ — Carbon-deposited
۳ — Open circuit
۴ — Short circuit

شکل ۴-۱ - مشخصه یک مدار با اتصال کوتاه برمحور i

منطبق است زیرا ولتاژ آن همواره مساوی صفر است.

گویند اگر ولتاژ آن شاخه بازاء همه مقادیر جریان شاخه مساوی صفر باشد . مشخصه یک مدار با اتصال کوتاه محور i ازصفحه iv است طبق شکل (۴-۱) . شیب این مشخصه صفر است یعنی $R=o$ و یا $G=\infty$.

تمرین - با استفاده از قوانین کیرشف درستی عبارتهای زیر را تصدیق کنید :

الف : شاخه‌ای که‌ازاتصال سری یک‌مقاومت R ویک مدار باز تشکیل‌میشود دارای مشخصهٔ یک مدار باز است .

ب : شاخه‌ای که ازاتصال سری یک مقاومت R ویک مدار با اتصال کوتاه تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مقاومت R است .

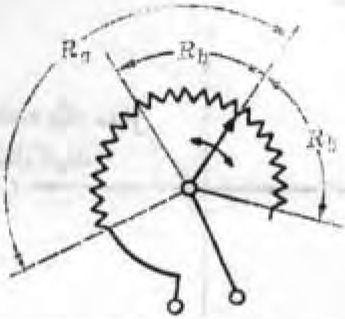
پ : شاخه‌ای که از اتصال موازی یک مقاومت R و یک مدار باز تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مقاومت R است .

ت : شاخه‌ای که ازاتصال موازی یک‌مقاومت R ویک‌مدار با اتصال کوتاه تشکیل میشود دارای مشخصهٔ مدار با اتصال کوتاه است .

۱-۲- مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان

مشخصهٔ یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان با معادله‌های زیر توصیف میشود :

$$\boxed{v(t)=R(t)\,i(t) \quad \text{یا} \quad i(t)=G(t)\,v(t)} \qquad (۱-۲)$$

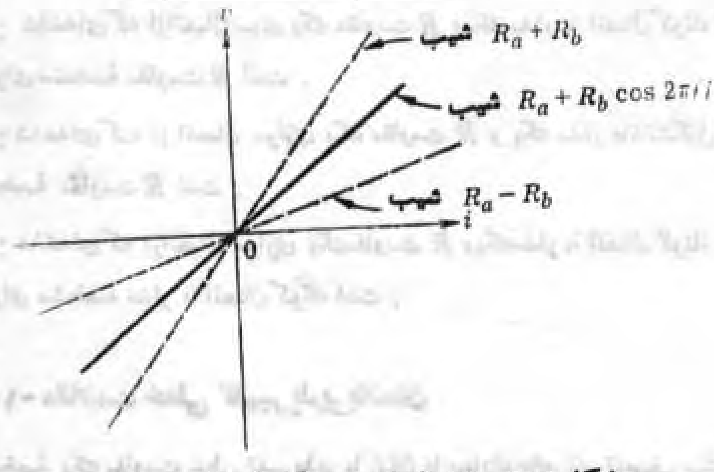


شکل۵-۱ - یک پتانسیومتر با اتصال لغزنده ، نمونه‌ای
ازیک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان‌است

$$R(t)=R_a+R_b\cos 2\pi f t$$

که درآن $R(t)=\frac{1}{G(t)}$. واضح است که مشخصه درشرط خطی بودن‌صدق کرده ولی با زمان تغییر میکند . یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان درشکل (۵ - ۱) نشان داده شده است . اتصال لغزندهٔ پتانسیومتر(۱) بوسیلهٔ یک سروموتور(۲) بجلو و عقب حرکت میکند بطوریکه در زمان t مشخصه بصورت زیر است :

$$\boxed{v(t)=(R_a+R_b\cos 2\pi f t)\, i(t)} \qquad (۱-۴)$$



شکل۶-۱ - مشخصهٔ پتانسیومتر شکل (۵-۱) درلحظه t

۱ — Potentiometer ۲ — Servomotor

که درآن R_a ، R_b و f مقادیر ثابت بوده و $R_a > R_b > o$ است. مشخصهٔ این مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان درصفحه iv خط مستقیمی است که درتمام لحظات ازمبداء میگذرد، معهذا شیب آن درهرلحظه به زمان t بستگی دارد . با تغییر زمان ، مشخصه بین دو خط باشیب‌های $R_a + R_b$ و $R_a - R_b$ بجلو وعقب نوسان میکند، مطابق شکل(۱-۶) .

مثال ۱- مقاومتهای خطی تغییرپذیر با زمان با مقاومتهای خطی تغییرناپذیر بازمان یک فرق اساسی‌دارند. برای بررسی این‌موضوع گیریم که $i(t)$ یک تابع سینوسی بافرکانس f_1 باشد ، یعنی :

$$\boxed{i(t) = A \cos 2\pi f_1 t} \qquad (1-5)$$

که درآن A و f_1 مقادیر ثابت هستند . دراینصورت، برای یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با مقاومت R ، ولتاژ شاخه که ازاین جریان ناشی میشود طبق قانون اهم بصورت زیر میباشد :

$$\boxed{v(t) = RA \cos 2\pi f_1 t} \qquad (1-6)$$

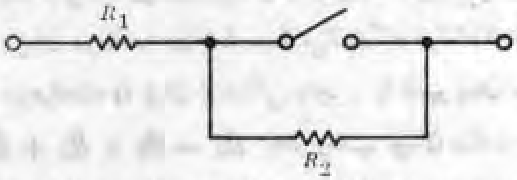
بنابراین جریان ورودی و ولتاژ خروجی هردو سینوسی بوده و دارای فرکانس «یکسان» f_1 هستند. ولی درمورد یک مقاومت‌خطی تغییرپذیر بازمان نتیجه دیگری بدست میآید. برای یک مقاومت خطی تغییرپذیر بازمان که توسط رابطه(۱-۴) مشخص شده ، ولتاژ شاخه که‌از جریان سینوسی داده شده درمعادله (۱-۵) ناشی میشود عبارتست از :

$$(1-7) \qquad v(t) = (R_a + R_b \cos 2\pi f t) A \cos 2\pi f_1 t$$

$$= R_a A \cos 2\pi f_1 t + \frac{R_b A}{2} \cos 2\pi (f + f_1) t + \frac{R_b A}{2} \cos 2\pi (f - f_1) t$$

ملاحظه میشود که این‌مقاومت خاص تغییرپذیر با زمان، میتواند سیگنالهائی با دوفرکانس جدید تولید نماید که این فرکانسها به ترتیب‌مساوی مجموع و تفاضل فرکانسهای سیگنال ورودی و فرکانس مقاومت تغییرپذیر با زمان میباشد. بنابراین مقاومتهای خطی تغییرپذیر بازمان‌را میتوان برای‌ایجاد یا تبدیل سیگنالهای سینوسی بکار برد . این‌خاصیت مقاومتهای خطی‌تغییرپذیر بازمان‌را «مدولاسیون[1]» گویند که درسیستمهای‌ارتباطی اهمیت بسزائی دارد.

1 — Modulation



شکل ۷-۱ - مدل یک کلید فیزیکی که هنگام باز شدن دارای مقاومت R_1+R_2 وهنگام بسته شدن دارای مقاومت R_1 میباشد. معمولا" R_1 خیلی کوچک و R_2 بسیار بزرگ است .

مثال ۲- میتوان یک کلید(۱) را بعنوان یک مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان درنظر گرفت که مقاومت آن هنگام باز و بسته شدن ، از یک مقدار به مقدار دیگر تغییر میکند . یک کلید ایده‌آل هنگام باز بودن بصورت یک مدار باز و هنگام بسته بودن بصورت یک مدار با اتصال کوتاه میباشد. یک کلید عملی(۲) را میتوان با مدلی که از یک کلید ایده‌آل و دومقاومت تشکیل شده طبق شکل (۷ - ۱) نشان داد . کلیدی که بطور متناوب در فواصل منظم باز و بسته میشود یک عنصر مهم درسیستمهای ارتباطی دیجیتال است .

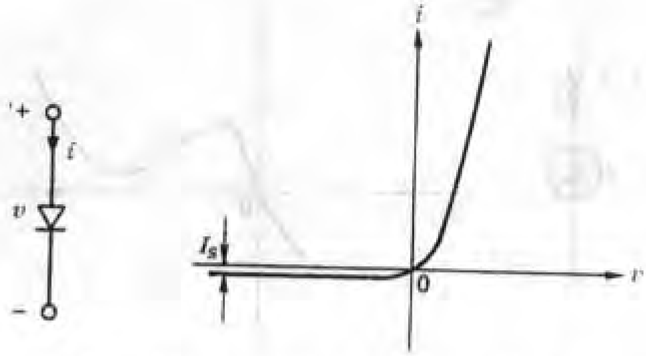
۳-۱- مقاومت غیرخطی

دیدیم مقاومتی را که خطی نباشد غیرخطی گویند . یک مثال نمونه‌ای از مقاومت غیرخطی دیود ژرمانیوم است. درمورد دیود پیوندی - pn(۳) که درشکل (۸ - ۱) نشان داده شده است جریان شاخه ، یک تابع غیرخطی از ولتاژ شاخه و بصورت رابطه زیر است:

$$\boxed{i(t)=I_s\left(e^{qv(t)/kT}-1\right)} \qquad (۱-۸)$$

که درآن I_s مقدار ثابتی است که نشان‌دهنده جریان‌اشباع معکوس(۴) میباشد، یعنی‌جریان دیودوقتی که دیود درجهت عکس بایک ولتاژبزرگ بایاس(۵) شده باشد (یعنی با v منفی).

۱ — Switch
۲ — Practical
۳ — Junction Diode
۴ — Reverse saturation
۵ — Biased



شکل۸-۱ - نمایش یک دیود پیوندی - pn و مشخصهٔ آن
که درصفحه vi رسم شده است .

پارامترهای دیگر رابطه (۸ - ۱) عبارتند از q (بار یک الکترون) ، k (ثابت بولتزمن) و T (درجه حرارت برحسب کلون) . در درجه حرارت‌اطاق، مقدار kT/q تقریباً مساوی ۰٫۰۲۶ ولت است . مشخصهٔ صفحه vi نیز درشکل (۸ - ۱) نشان داده شده است.

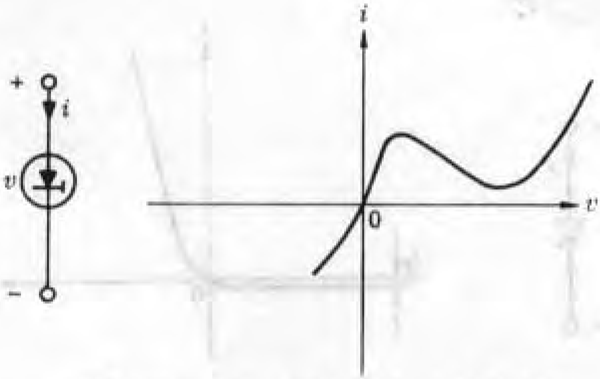
تمرین- نمونهٔ مشخصهٔ یک‌دیودپیوندی - pn را درصفحه vi با استفاده ازمعادله (۸-۱) که‌درآن $I_s = 10^{-6}$ آمپر و $kT/q \cong 0.026$ ولت‌است رسم نمائید .

مقاومت غیرخطی بعلت غیرخطی بودنش دارای‌مشخصه‌ای نیست که درتمام‌لحظات یک خط مستقیم گذرنده از مبداء صفحه vi باشد. مثالهای نمونه‌ای دیگری دربارهٔ وسائل غیرخطی دو سر ، که بتوان مدل‌آنها را بصورت یک مقاومت غیرخطی درنظر گرفت عبارتند از دیود تونلی(۱) و لامپ گازدار(۲)، که مشخصهٔ آنها درصفحهٔ vi در شکل های(۹ - ۱) و (۱۰ - ۱) نشان‌داده شده است. توجه کنید که‌درحالت‌اول، جریان i تابعی (تک‌ارزش(۳)) از ولتاژ v است ودرنتیجه میتوان نوشت :

کنترل می‌شود بوسیله ولتاژ - $\boxed{i = f(v)}$

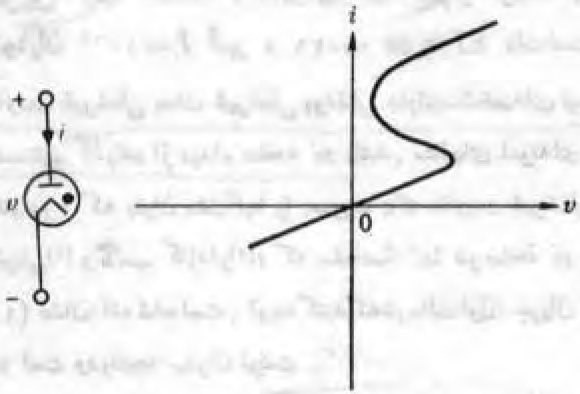
درحقیقت همانطورکه درمشخصه نشان‌داده شده است بـازاء هرمقدار ولتاژ v ، یک و تنها

۱ — Tunnel diode
۲ — Gas tube
۳ — Single-valued



شکل۹-۱ - نمایش یک دیود تونلی ومشخصهٔ آن که درصفحه vi رسم شده است .

یک مقدار ممکن برای جریان وجود دارد* . چنین مقاومتی را **کنترل شده بوسیله ولتاژ**(۱) نامند. ازطرف دیگر، درمشخصهٔ لامپ گازدار ولتاژ v یک تابع (تک ارز) از جریان i است زیرا برای هرمقدار i ، یک و تنها یک مقدار ممکن برای v وجود دارد.



شکل۱۰-۱ - نمایش یک دیودگازدار ومشخصهٔ آن که درصفحه vi رسم شده است .

* به بخش ۲ - ۱ ازضمیمه الف مراجعه شود .

۱ — Voltage-controlled

بنابراین میتوان نوشت :

$$\boxed{v=g(i)}$$ مقاومت کنترل شده بوسیله جریان

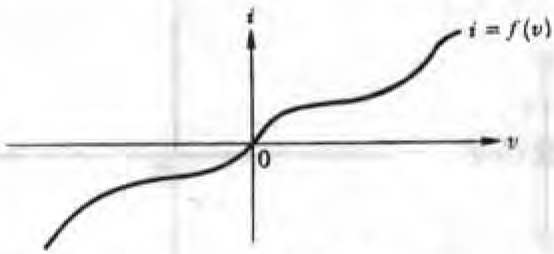
چنین مقاومتی‌را **کنترل‌شده بوسیلهٔ جریان**(۱) نامند. این وسایل غیرخطی دارای یک خاصیت یکتا(۲) میباشند وآن اینکه، شیب مشخصه‌درقسمتی از دامنه تغییرات‌ولتاژ یاجریان منفی‌است وبه‌این‌جهت‌آنها را اغلب وسایل بامقاومت‌منفی‌مینامند که‌درمدارهای‌الکترونیکی دارای اهمیت زیادی میباشند. ازاین وسایل میتوان در‌مدارهای تقویت‌کننده ، نوسان‌ساز و مدارهای کامپیوتر استفاده کرد. دیود، دیود تونلی و لامپ گازدار مقاومتهای تغییرناپذیر با زمان میباشند، زیرا مشخصهٔ آنها با زمان تغییر نمیکند.

یک مقاومت غیرخطی میتواند هم بوسیله ولتاژ و هم بوسیله جریان همانطوریکه در شکل (۱۱ - ۱) دیده میشود کنترل شود، چنین مقاومتی‌را میتوان یا با :

و یا با :

$$\begin{cases} i=f(v) \\ v=g(i)=f^{-1}(i) \end{cases}$$

مشخص نمود که درآن g تابع معکوس f است. توجه کنید که شیب df/dv درشکل (۱-۱۱) بازاء تمام مقادیر v مثبت‌است، چنین‌مشخصه‌ای را «افزایشی یکنوا»(۳) گویند. مقاومت خطی با مقاومت مثبت حالت خاصی از چنین مقاومتی است که دارای مشخصهٔ



شکل ۱۱-۱ - مقاومتی که دارای مشخصهٔ افزایشی یکنوا بوده وهم بوسیله‌ولتاژوهم بوسیله‌جریان کنترل‌میشود.

---

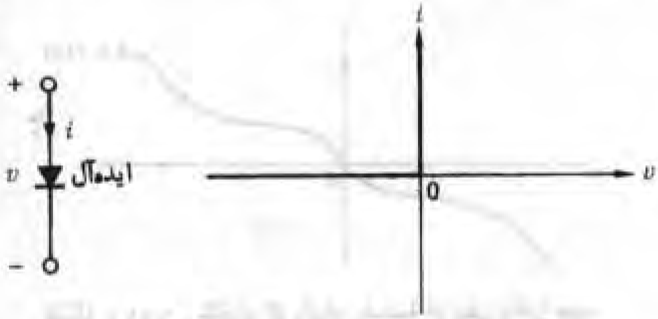
۱ — Current-controlled   ۲ — Unique

۳ — Monotonically increasing

افزایشی یکنوا بوده ، هم بوسیله ولتاژ وهم بوسیله جریان کنترل میشود .

برای تجزیه و تحلیل مدارهای با مقاومت غیرخطی ، اغلب از روش تقریب خطی تکه‌ای[۱] استفاده میشود. دراین تقریب، مشخصه‌های غیرخطی بطورتقریبی بصورت قطعه خطهای مستقیم تکه تکه درنظرگرفته میشوند . مدلی که اغلب درتقریب خطی تکه‌ای مورد استفاده قرار میگیرد **دیود ایده‌آل** است . یک مقاومت غیرخطی دو سر را دیود ایده‌آل نامند اگر مشخصهٔ آن درصفحهٔ vi از دو نیم خط مستقیم ، محور v منفی و محور i مثبت ، تشکیل شده باشد. نمایش یک دیود ایده‌آل و مشخصهٔ آن در شکل (۱۲-۱) نشان داده شده است . وقتی $v<0$ باشد $i=0$ است ، یعنی برای ولتاژهای منفی ، دیود ایده‌آل مثل مدار باز عمل میکند . وقتی $i>0$ باشد $v=0$ است ، یعنی برای جریانهای مثبت ، دیود ایده‌آل مثل یک مدار با اتصال کوتاه عمل میکند .

دراینجا مناسب‌است که یک‌خاصیت‌متمایزمقاومت‌خطی که غالباً درمقاومت غیرخطی وجود ندارد معرفی شود. مقاومتی را **دوطرفه**[۲] نامند که مشخصهٔ آن یک منحنی‌متقارن نسبت به مبداء باشد . بعبارت دیگر ، هرگاه نقطهٔ (i و v) روی مشخصه باشد نقطهٔ ($-i$ و $-v$) نیز روی‌مشخصه قرارگیرد. واضح است که تمام‌مقاومتهای‌خطی‌دوطرفه هستند ولی اغلب مقاومتهای غیرخطی دوطرفه نیستند. پی‌بردن به نتایج فیزیکی خاصیت دوطرفه



شکل ۱-۱۲ - نمایش یک دیود ایده‌آل ومشخصهٔ آن که درصفحه vi رسم شده است .

۱ — Piecewise linear approximation ۲ — Bilateral

بودن حائز اهمیت است. درمورد یک عنصر دوطرفه لزومی ندارد که دوسر آن از همدیگر متمایز گردند ومیتوان عنصر را بهردوطریق به بقیه مدار وصل نمود. حال آنکه برای عنصری که دوطرفه نباشد مانند یک دیود، باید سرهایش دقیقاً از هم متمایز گردند.

تمرین ۱- نشان دهید که‌آیا مشخصه‌های شکلهای (۲ - ۱) تا (۴ - ۱)، شکل (۶ - ۱) وشکلهای (۸ - ۱) تا (۱۲ - ۱) دوطرفه هستند.

تمرین ۲- مشخصهٔ یک مقاومت غیرخطی دوطرفه را رسم کنید.

به منظور تشریح نحوهٔ کار یک مقاومت غیرخطی و بخصوص تأکید برروی اختلاف آن با یک مقاومت خطی، مثال زیر ذکر میشود.

مثال- یک مقاومت فیزیکی که مشخصهٔ آنرا بتوان بطور تقریب بامقاومت غیرخطی زیر تعریف نمود درنظر گیرید.

$$v=f(i)=50\,i+0.5\,i^3$$

که درآن v برحسب ولت و i برحسب آمپر است.

الف - گیریم v_1 و v_2 و v_3 ولتاژهای متناظر با جریانهای:

$$i_1=2 \quad \text{و} \quad i_2(t)=2\sin 2\pi 60\,t \quad \text{و} \quad i_3=10$$

آمپر باشند. v_1 و v_2 و v_3 را حساب کنید. چه فرکانسهائی در v_2 وجود دارند؟ گیریم v_{12} ولتاژ متناظر با جریان i_1+i_2 باشد آیا $v_{12}=v_1+v_2$ است؟ گیریم v'_2 ولتاژ متناظر با جریان ki_2 باشد که درآن k یک مقدار ثابت است آیا $v'_2=kv_2$ است؟

ب - فرض کنید فقط جریانهای حداکثر تا ۱۰ mA (میلی‌آمپر) را درنظر گرفته بودیم. اگر برای محاسبهٔ تقریبی v، بجای مقاومت غیرخطی یک مقاومت خطی ۵۰ اهمی درنظر میگرفتیم حداکثر درصد خطا برای v چقدر میشد؟

حل- همه ولتاژهای زیر برحسب ولت میباشند.

الف.

$$v_1=50\times 2+0.5\times 8=104$$

$$v_2(t)=50\times 2\sin 2\pi 60\,t+0.5\times 8\sin^3 2\pi 60\,t$$

$$=100\sin 2\pi 60\,t+4\sin^3 2\pi 60\,t$$

با بخاطر آوردن اینکه برای تمام مقادیر θ ، $\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$ ، نتیجه میشود :

$$v_2(t) = 100 \sin 2\pi 60 t + 3 \sin 2\pi 60 t - \sin 2\pi 180 t$$

$$= 103 \sin 2\pi 60 t - \sin 2\pi 180 t$$

$$v_3 = 50 \times 10 + 0.5 \times 1000 = 1000$$

فرکانسهای موجود در v_2 عبارتند از $60\ \mathrm{Hz}$ (فرکانس‌اصلی) و $180\ \mathrm{Hz}$ (هارمونیک سوم فرکانس i_2) .

$$v_{12} = 50 (i_1 + i_2) + 0.5 (i_1 + i_2)^3$$

$$= 50 (i_1 + i_2) + 0.5 (i_1^3 + i_2^3) + 0.5 (i_1 + i_2)\, 3\, i_1 i_2$$

$$= v_1 + v_2 + 1.5\, i_1 i_2 (i_1 + i_2)$$

واضح است که $v_{12} \neq v_1 + v_2$ و اختلاف آنها بصورت زیر است :

$$v_{12} - (v_1 + v_2) = 1.5\, i_1 i_2 (i_1 + i_2)$$

ازاینرو :

$$v_{12}(t) - [v_1(t) + v_2(t)] = 1.5 \times 2 \times 2\sin (2\pi 60 t) \times (2 + 2 \sin 2\pi 60 t)$$

$$= 12 \sin 2\pi 60 t + 12 \sin^2 2\pi 60 t$$

$$= 6 + 12 \sin 2\pi 60 t - 6\cos 2\pi 120 t$$

بنابراین v_{12} هارمونیک «سوم» وهمچنین هارمونیک «دوم» را دارا میباشد .

$$v'_2 = 50\, k i_2 + 0.5\, k^3 i_2^3 = k(50\, i_2 + 0.5\, i_2^3) + 0.5\, k(k^2 - 1)\, i_2^3$$

بنابراین :

$$v'_2 \neq k v_2$$

و :

$$v'_2 - k v_2 = 0.5\, k (k^2 - 1)\, i_2^3 = 4 k (k^2 - 1) \sin^3 2\pi 60 t$$

ب ـ برای $i=۱۰\,\mathrm{mA}$ داریم :

$$v=۵۰\times ۰٫۰۱+۰٫۰۵\,(۰٫۰۱)^{۳}=۰٫۵\,(۱+۱۰^{-۶})$$

باجریان‌حداکثر ۱۰mA ، درصدخطا بخاطر تقریب‌خطی‌مساوی ۰٫۰۰۰۱ میباشد وبنابراین برای جریانهای کوچک، مقاومت غیرخطی‌را میتوان بایک مقاومت خطی ۵۰ اهمی تقریب نمود .

این مثال بعضی از خواص اصلی مقاومتهای غیرخطی را نشان میدهد . اول اینکه، ملاحظه میشود کـه یک مقاومت غیرخطی میتوانـد سیگنالهائی با فرکانس‌های متفاوت از فرکانس سیگنال ورودی تولید نماید و ازاین نظر شبیه مقاومت خطی تغییرپذیر با زمان‌است کـه قبلاً درمورد آن بحث شد . دوم اینکه، اغلب میتوان مدل یک مقاومت غیرخطی را بطور تقریبی با یک مقاومت خطی جایگزین نمود بشرطی کـه دامنه تغییرات کارآن باندازهٔ کافی کوچک‌باشد. سوم اینکه، محاسبات بروشنی نشان‌میدهد که خاصیت‌همگنی وخاصیت جمع پذیری(۱) هیچ یک صادق نیستند* . درضمیمه الف خواهیم‌دید که تابع f را **همگن** گویند اگر بازاء همه مقادیر x درمیدان آن و برای هرمقدار عددی α داشته باشیم :

$$f(\alpha x)=\alpha f(x)$$

تابع f را **جمع‌پذیر** گویند اگر بازاء هرجفت عنصر $x_۱$ و $x_۲$ درمیدان‌آن داشته باشیم:

$$f(x_۱+x_۲)=f(x_۱)+f(x_۲)$$

تابعی را **خطی** گویند کـه (۱) میدان(۲) و دامنه(۳) تغییرات آن فضاهای خطی باشند . (۲) همگن باشند . (۳) جمع‌پذیر باشند .

بالاخره یک‌مقاومت غیرخطی‌را میتوان برحسب‌اینکه تغییرناپذیر بازمان ویاتغییرپذیر بازمان باشد طبقه بندی نمود. بعنوان مثال، اگر یک دیود ژرمانیوم غیرخطی‌را دریک‌ظرف روغن غوطه‌ور نموده و درجه حرارت آنرا طبق برنامه معینی تغییردهیم دیود ژرمانیوم دارای مشخصهٔ یک مقاومت غیرخطی تغییرپذیر با زمان خواهد شد .

---

* به بخش ۳ـ۲ ضمیمه الف مراجعه شود .

۱ — Additivity　　۲ — Domain

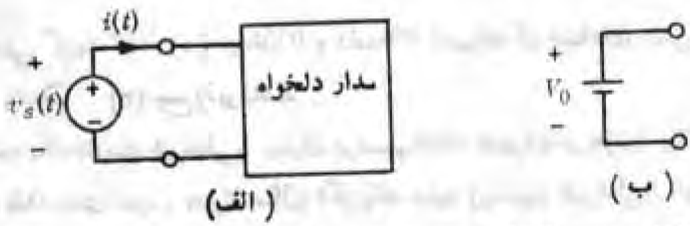
۳ — Range

۲- منابع نابسته

دراین بخش دو عنصر جدید ، منبع ولتاژ نابسته[۱] و منبع جریان نابسته معرفی میشود. منابع ولتاژ و جریان «نابسته» را برای متمایز ساختن‌آنها ازمنابع «وابسته[۲]» که بعداً با آنها مواجه خواهیم شد بیان میکنیم. برای سهولت، اغلب واژه‌های « منبع ولتاژ » و « منبع جریان » را بدون صفت « نابسته » بکار خواهیم برد . این عمل نباید موجب اشتباه گردد زیرا هرگاه بامنابع‌وابسته مواجه شویم صریحاً بیان‌میکنیم که آنها منابع وابسته هستند .

۲-۱- منبع ولتاژ

یک عنصر دوسر را **منبع ولتاژ نابسته** گویند اگر یک ولتاژ معین $v_s(t)$ را در دوسر یک مدار دلخواه که بآن وصل شده‌است نگهدارد ، یعنی صرفنظر از جریان $i(t)$ که از داخل آن میگذرد ولتاژ دوسر آن بمقدار $v_s(t)$ بماند . توصیف کامل منبع ولتاژ لازم میدارد که مشخصات تابع v_s معین شود. نمایشهای منبع ولتاژ ومداردلخواهی که بآن‌وصل شده است درشکل (۲-۱ الف) نشان داده شده‌اند. اگر ولتاژ معین v_s ثابت باشد (یعنی وابسته بزمان نباشد) ، این منبع ولتاژ را یک « منبع ولتاژ ثابت » نامیده* و مانند شکل (۲-۱ ب) نمایش میدهند .



شکل ۲-۱ - (الف) منبع ولتاژ نابسته که بیک مدار دلخواه وصل‌شده است.
(ب) نمایش یک منبع ولتاژ ثابت با ولتاژ V_0

---

* یک منبع ولتاژ ثابت را اغلب منبع dc ویا بطور ساده‌تر یک باتری مینامند.

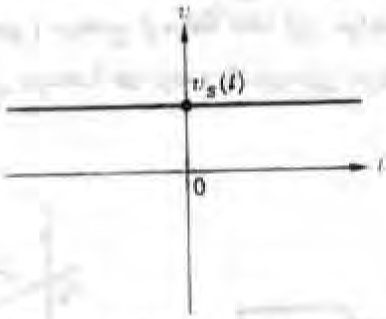
۱ — Independent Voltage source ۲ — Dependent

بکار بردن جهت‌های قراردادی برای ولتاژ شاخه وجریان شاخهٔ یک منبع نابسته که «مخالف جهت‌های قراردادی متناظر» میباشند معمول و راحت‌تر است. تحت این شرایط، حاصلضرب $v_s(t)\ i_s(t)$ توانی است که منبع فوق به مدار دلخواهی که بآن وصل شده است «تحویل میدهد» (بشکل (۱-۲ الف) مراجعه شود) .

منبع ولتاژ بنا به تعریف آن، درلحظه t دارای مشخصه‌ای بصورت یک خط مستقیم موازی با محور i و بعرض $v_s(t)$ درصفحه iv میباشد، مانند شکل (۲-۲) . یک منبع ولتاژ را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی درنظرگرفت زیرا هروقت $v_s(t) \neq 0$ باشد خط مستقیم از مبداء عبور «نمی کند». منبع ولتاژ یک‌مقاومت‌غیرخطی کنترل شده باجریان است، زیرا برای هرمقدار جریان یک ولتاژمنحصر بفرد متناظراست. اگر v_s یک مقدار ثابت نباشد منبع ولتاژ تغییرپذیر با زمان واگر v_s یک مقدار ثابت باشد تغییرناپذیر بازمان‌است .

« اگر ولتاژ v_s یک منبع ولتاژ متحد باصفر باشدمنبع‌ولتاژ معادل یک مدار با اتصال کوتاه میباشد» . درحقیقت مشخصهٔ این منبع برمحور i منطبق بوده و بازاء تمام مقادیر جریان درون آن، ولتاژ دوسرآن صفر است .

در دنیای فیزیکی‌دستگاهی بعنوان منبع‌ولتاژ نابسته وجودندارد* . معهذا دستگاههای



شکل ۲-۲ - مشخصهٔ یک منبع ولتاژ درلحظه t . یک منبع ولتاژ را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی کنترل شده با جریان درنظر گرفت .

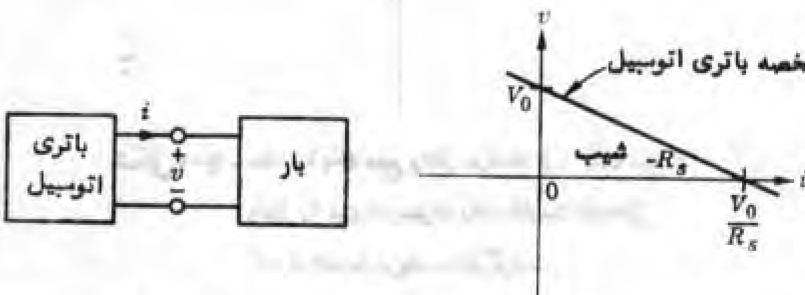
* منبع ولتاژ نابسته که دربالا تعریف شد ممکن است خیلی دقیق‌تر بصورت منبع ولتاژ نابسته «ایده‌آل» تعریف‌شود. بعضی‌ازمؤلفین‌منبع‌ولتاژ نابسته مارا «منبع‌ولتاژ ایده‌آل» مینامند. واضح‌است که صفت « ایده‌آل » زاید است چون همهٔ مدلها «ایده‌آل» هستند .

خاصی در دامنهٔ تغییرات‌معینی‌ازجریان، یک‌منبع ولتاژ را با تقریب بسیارخوبی‌نشان‌میدهند.

مثال- باتری اتومبیل دارای ولتاژ وجریانی است که به بار متصل بآن طبق‌معادله زیر بستگی دارد :

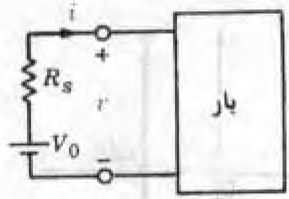
$$v=V_0-R_s\, i \qquad (۲-۱)$$

که درآن v و i– به ترتیب ولتاژ و جریان شاخه میباشند ، طبق شکل (۳ - ۲ الف) . مشخصهٔ معادله (۱ - ۲) که درصفحهٔ iv رسم شده، درشکل(۳ - ۲ ب) نشان داده شده است. محل تقاطع مشخصه با محور v برابر V_0 است . V_0 را میتوان بعنوان ولتاژ مدار باز باتری تعبیر نمود ، یعنی ولتاژ دوسرآن وقتی که i صفر است . ثابت R_s را میتوان بعنوان مقاومت داخلی باتری درنظر گرفت . بنابراین، میتوان باتری‌اتومبیل را با یک مدار معادل متشکل از اتصال سری یک منبع ولتاژ ثابت V_0 و یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان بامقاومت R_s نمایش داد، مطابق شکل(۴ - ۲) . برای تحقیق‌درستی مدارمعادل میتوان معادلات KVL را برای حلقهٔ شکل (۴ - ۲) نوشت ومعادلهٔ (۱ - ۲) را بدست آورد . اگر مقاومت R_s خیلی کوچک باشد شیب درشکل (۳ - ۲ ب) تقریباً صفر میشود و محل‌تقاطع مشخصه با محور i درخارج از صفحهٔ کاغذ قرار خواهد گرفت . اگر $R_s=o$ باشد مشخصه یک خط افقی درصفحهٔ iv بوده و باتری طبق تعریف فوق یک منبع ولتاژ ثابت است .



(الف) (ب)

شکل۳-۲ - باتری اتومبیل که به یک بار دلخواه وصل شده و مشخصهٔ آن که درصفحه iv رسم شده است.



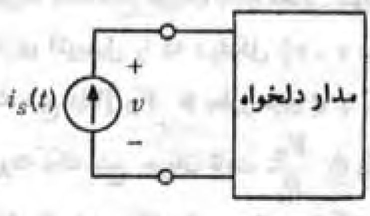
شکل۴-۲ - مدار معادل باتری اتومبیل

۲-۲- منبع جریان

یک عنصر دوسر را **منبع جریان**[1] **نابسته** گویند اگر جریان معین $i_s(t)$ را در داخل مدار دلخواهی که بآن وصل شده است نگهدارد ، یعنی صرفنظر از ولتاژ $v(t)$ که ممکن است در دوسر مدار باشدجریانی که بداخل مدار میرودمساوی $i_s(t)$ است. جهت‌های قراردادی بکار برده شده را دو باره مورد توجه قرار دهید . توصیف کامل منبع جریان لازم میدارد که مشخصات تابع i_s معین گردد. نمایش یک منبع جریان درشکل (۵ - ۲) نشان داده شده است .

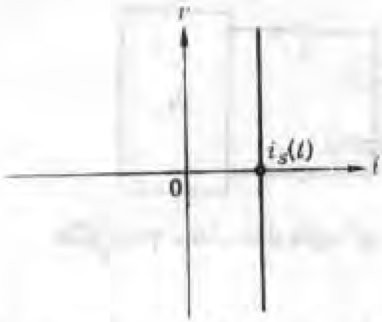
مشخصهٔ یک منبع جریان درلحظه t خطی است عمودی بطول $i_s(t)$ که درشکل (۶ - ۲) نشان داده شده است . بنابراین یک منبع جریان را میتوان بعنوان یک مقاومت غیرخطی تغییرپذیر با زمان و کنترل شده با ولتاژ درنظر گرفت .

«اگر جریان i_s متحد با صفر باشد منبع جریان در واقع معادل یک مدار باز است» .



شکل۵-۲ - منبع جریان نابسته که بیک مدار دلخواه وصل شده است .

1 — Current source



شکل۶-۲ - مشخصهٔ یک منبع جریان . یک منبع جریان‌را میتوان بعنوان یک مقاومت غیر خطی کنترل شده با ولتاژ درنظر گرفت.

درحقیقت $i_s=o$ لازم میدارد که مشخصه برمحور v منطبق شده وبازاء تمام مقادیر ولتاژ دوسر عنصر ، جریان داخل آن صفر گردد .

۳-۲- مدارهای معادل تونن و نُرتن

درمورد منبع ولتاژ نابسته و منبع جریان نابسته مطالبی یاد گرفتیم . آنها مدلهای مداری ایده‌آل میباشند . اکثر منابع عملی‌مشابه باتری اتومبیل هستند که درمثال قبل شرح داده شد، یعنی آنهارا میتوان بشکل‌اتصال سری یک منبع ولتاژایده‌آل ویک مقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نمایش* داد. دراین‌موقعیت، مناسب است که برای باتری‌اتومبیل نمایش معادلی که بصورت یک منبع جریان باشد معرفی شود .

اگر مشخصهٔ باتری اتومبیل را که درشکل (۳ - ۲ ب) رسم شده‌است درنظرگیریم، میتوان آنرا بصورت یک منبع ولتاژ V_0 « بطورسری » با یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان R_s ، ویا بصورت یک منبع جریان ثابت $I_0 \triangleq \dfrac{V_0}{R_s}$ «بطورموازی» بایک‌مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان R_s طبق شکل (۷ - ۲) درنظرگرفت .

---

* بطور دقیق‌تر بایستی « یک مقاومت خطی تغییرناپذیر با زمان با مقاومت R_s » گفته شود . معمولاً" درشکلهای مداری مانند شکل(۷ - ۲ الف)، یک مقاومت خطی‌را با مقاومت R_s آن نشان میدهیم و برای سادگی آنرا فقط « مقاومت R_s » می‌نامیم .

چون دو مدار نشان داده شده دارای یک مشخصه میباشند آنها را معادل[۱] همدیگر گویند . درحقیقت با نوشتن قانون ولتاژ کیرشف برای مدار شکل (۷ - ۲ الف) داریم :

$$\boxed{v=V_0-R_s i} \qquad \text{(۲ - ۲ الف)}$$

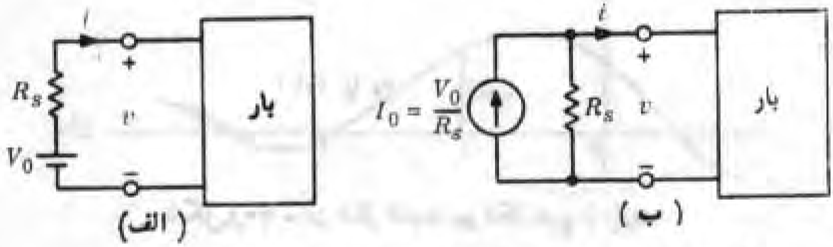
بطریق مشابه، با نوشتن قانون جریان کیرشف برای مدار شکل (۷ - ۲ ب) داریم :

$$\boxed{i=I_0-\frac{1}{R_s}v} \qquad \text{(۲ - ۲ ب)}$$

چون $I_0=\dfrac{V_0}{R_s}$ است، دومعادله فوق یکسان هستند و هردو یک خط مستقیم را در صفحه iv نشان میدهند .

اتصال سری منبع ولتاژ ومقاومت‌خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نشان‌داده شده درشکل (۲-۷ الف) را مدار معادل تونن[۲] ، واتصال‌موازی‌منبع جریان ومقاومت خطی تغییرناپذیر بازمان R_s نشان داده شده درشکل (۷ - ۲ ب) را مدار معادل نرتن[۳] گویند . دربعضی موارد استفاده ازمنبع ولتاژ راحت‌تر ازمنبع جریان بنظر میرسد ودرموارد دیگراستفاده از منبع جریان آسانتر است . بنابراین مدارهای معادل تونن و نرتن انعطاف‌پذیری بیشتری دربررسی مسائل به ما میدهند .

معادل بودن این‌دومدار حالت خاص قضیه مدار معادل تونن‌ونرتن‌است که‌بعداً بطور مفصل درفصل شانزدهم مورد بحث قرار خواهد گرفت .



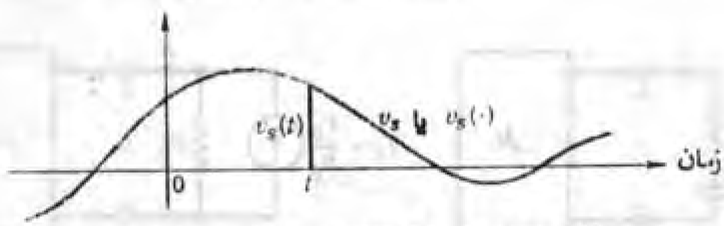
شکل۷-۲ - (الف) مدار معادل تونن، (ب) مدار معادل نرتن باتری اتومبیل

۱ — Equivalent
۲ — Thévenin
۳ — Norton

۴-۲- شکل موجها وطرز نمایش آنها

همانطورکه قبلاً گفته شد برای تشریح کامل یک منبع ولتاژ v_s و یا یک منبع جریان i_s مشخصات کامل تابع زمانی آنها، یعنی $v_s(t)$ برای همه مقادیر t و یا $i_s(t)$ برای همه مقادیر t لازم است . بنابراین مشخصات منبع ولتاژ v_s یا باید شامل جدول بندی کامل تابع v_s بوده و یا شامل قاعده‌ای باشد که بکمک آن بتوان ولتاژ $v_s(t)$ را برای هرزمان t که ممکن است بعداً مورد توجه قرارگیرد محاسبه نمود . دراینجا به مشکل طرز نمایش(۱) برمی‌خوریم که درسرتاسر این درس با آن روبروخواهیم‌بود، یعنی‌بعضی‌مواقع «همه تابع v_s» موردنظر است ، مانند شکل موجی(۲) که روی اسیلوسکوپ مشاهده میشود ، و بعضی اوقات فقط یک مقدار بخصوص مانند $v_s(t)$ در زمان t موردنظر است . اختلاف‌این دومفهوم درشکل (۸ - ۲) تشریح شده است. هرگاه بخواهیم تأکید کنیم که منظور تمام تابع است، عبارت «**شکل موج** $v_s(\cdot)$» بکار خواهد رفت وبجای حرفی مانند t یک نقطه گذاشته میشود ، چون یک مقدار خاص t موردنظر نیست بلکه «تمام تابع» موردنظر است .

متأسفانه پیروی‌دقیق‌این رویه‌منجر به‌عبارتهای بسیار پیچیده میشود. بنابراین زمانیکه باید «شکل موج $f(\cdot)$ ، که درآن برای تمام مقادیر t ، $f(t)=\cos\omega t$» می‌باشد گفته شود ، اغلب برای سهولت «شکل موج $\cos\omega t$» گفته میشود .



شکل ۸-۲ - این شکل تفاوت بین شکل موج $v_s(\cdot)$ وعدد $v_s(t)$ راکه مقدار تابع v_s در لحظهٔ t میباشد نشان میدهد .

---

۱ — Notation ۲ — Waveforms

یک استفاده نوعی[۱] از تفاوت بین دومفهوم « تمامی تابع » و مقداری که تابع در یک لحظه t بخود میگیرد بشکل زیر است. مدار پیچیده‌ای راکه از تعدادی مقاومت، سلف و خازن تشکیل یافته و فقط با یک منبع جریان تحریک میشود درنظرگیرید. ولتاژ دوسر یکی ازخازنها را v_c بنامید. میتوان گفت که پاسخ[۲] $v_c(t)$ (یعنی « مقدار پاسخ در لحظه t ») به شکل‌موج $i_s(\cdot)$ (یعنی « تمامی تابع i_s ») بستگی دارد. استفاده از این طرز بیان بمنظور تأکید این‌مطلب است که $v_c(t)$ نه تنها به $i_s(t)$ (مقدار i_s درلحظهٔ t) بستگی دارد بلکه به تمام مقادیر پیشین i_s نیز وابسته است.

۲-۵- بعضی شکل موجهای نمونه

اکنون بتعریف بعضی شکل‌موجهای مفید که بعداً بطورمکرر مورداستفاده قرارخواهند گرفت می‌پردازیم.

« مقدار ثابت » این ساده‌ترین شکل موج‌است و بصورت زیر توصیف میشود:

$$f(t)=K \qquad \text{برای تمام مقادیر } t$$

که درآن K یک مقدار ثابت است.

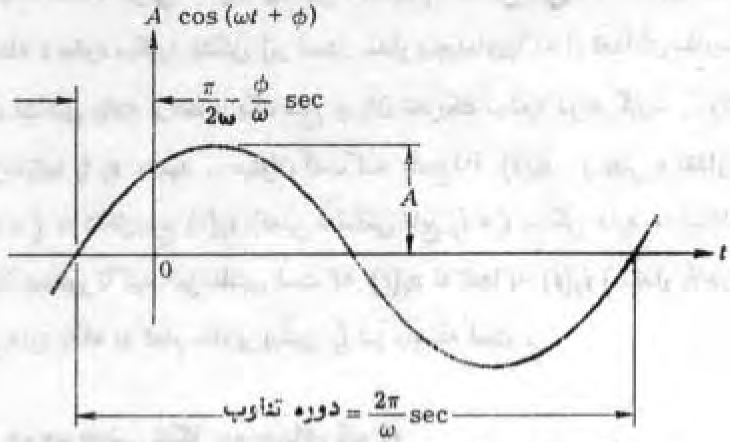
« سینوسوئید » برای نمایش یکشکل‌موج سینوسی‌ویابطورخلاصه **سینوسوئید**[۳] طرز نمایش متداول زیر بکار میرود:

$$f(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$$

که درآن ثابت A **دامنه**[۴] سینوسوئید، ثابت ω **فرکانس**[۵] (زاویه‌ای) (برحسب رادیان برثانیه) و ثابت Φ **فاز**[۶] نامیده میشود. سینوسوئید درشکل (۹ - ۲) نشان داده شده است.

---

۱ — Typical
۲ — Response
۳ — Sinusoid
۴ — Amplitude
۵ — Frequency
۶ — Phase

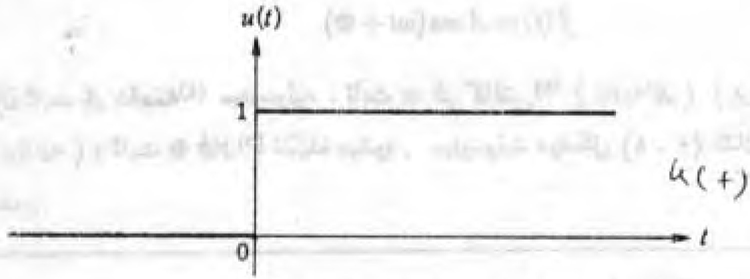


شکل ۹-۲- یک شکل موج سینوسی با دامنه A وفاز Φ

« پله واحد » **تابع پله واحد**(۱) همانطوریکه درشکل (۱۰ - ۲) نشان داده شده با $u(\cdot)$ نمایش داده میشود و بصورت زیر تعریف میگردد :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{برای } t<0 \\ 1 & \text{برای } t>0 \end{cases} \qquad \text{پله واحد} \qquad (۲-۳)$$

درلحظهٔ $t=0$ مقدار آنرا میتوان ۱ ، $\frac{۱}{۲}$ یا صفر گرفت . برای مطالب این کتاب



شکل ۱۰-۲- تابع پله واحد $u(\cdot)$

۱ — The unit step

موضوع فوق‌اهمیت ندارد ، ولی هنگام استفاده ازتبدیل لاپلاس یا فوریه بهتراست که :

$$\boxed{u(0) = \frac{1}{2}}$$

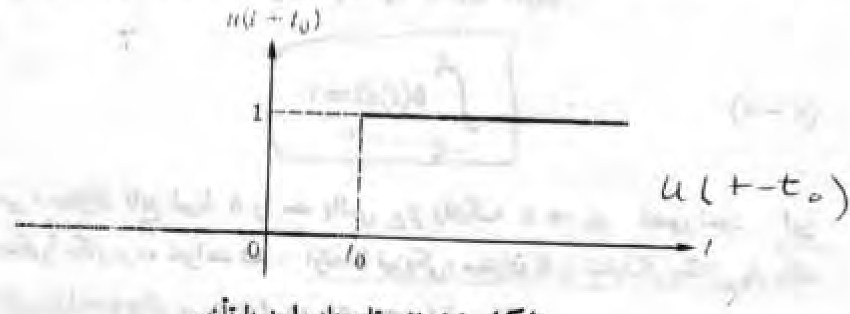
انتخاب شود . درسراسر این کتاب حرف u منحصراً برای پله واحد بکار خواهد رفت .

فرض کنید یک پله واحد باندازه t_0 ثانیه بتأخیر افتد . شکل موج حاصل درلحظهٔ t دارای عرض $u(t-t_0)$ خواهد بود . درواقع برای $t<t_0$ آرگومان(۱) منفی بوده و درنتیجه عرض تابع صفر است ، برای $t>t_0$ آرگومان مثبت بوده و عرض تابع برابر ۱ می‌باشد، این مطلب درشکل (۱۱ - ۲) نشان داده شده است.

« پالس » - چون غالباً لازم است از یک پالس چهارگوش استفاده شود ، **تابع پالس**(۲) $p_\Delta(\cdot)$ را بصورت زیر تعریف میکنیم :

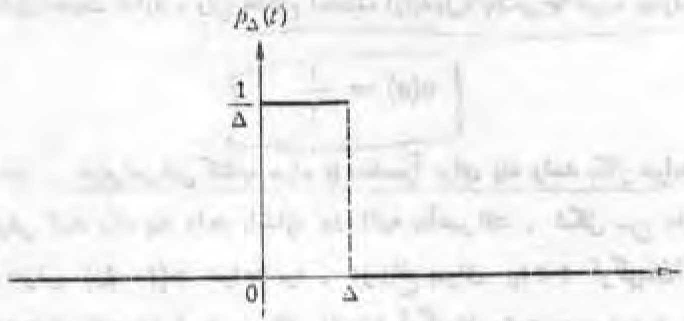
$$p_\Delta(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ \frac{1}{\Delta} & 0<t<\Delta \\ 0 & \Delta<t \Rightarrow t>\Delta \end{cases} \qquad \text{تابع پالس} \quad (۲ - ۴)$$

بعبارت دیگر، p_Δ پالسی به ارتفاع $\frac{1}{\Delta}$ و عرض Δ است که درلحظهٔ $t=0$ شروع میشود. توجه کنید که بازاء تمام مقادیر پارامتر مثبت Δ، سطح زیر $p_\Delta(\cdot)$ برابر ۱ است



شکل ۱۱-۲- تابع پله واحد با تأخیر

1 — Argument
2 — Pulse



شکل ۱۲-۲ یک تابع پالس $p_\Delta(\cdot)$

(بشکل (۱۲ - ۲) مراجعه شود) . درنظر داشته باشید که :

برای تمام مقادیر t

$$\boxed{p_\Delta(t) = \frac{u(t)-u(t-\Delta)}{\Delta}} \qquad (۲-۵)$$

« ضربهٔ واحد » - **ضربهٔ واحد**[1] $\delta(\cdot)$ (که تابع دلتای دیراك[2] نیز نامیده میشود) به مفهوم دقیق ریاضی کلمه ، یک تابع نیست (به‌ضمیمه الف مراجعه شود) . برای منظورهای خود چنین بیان میکنیم :

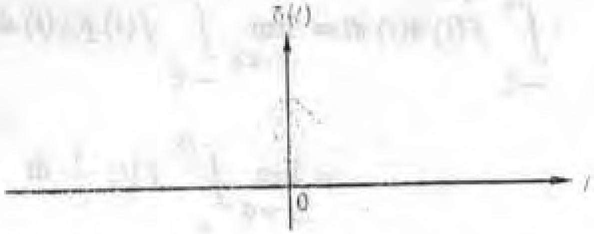
$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & t\neq 0 \ \text{برای} \\ \text{ویژه} & t=0 \ \text{در} \end{cases} \qquad \text{ضربه واحد} \quad (۲-۶)$$

و ویژگی درمبداء چنان است که برای هرمقدار $\xi>0$ داریم :

$$\boxed{\int_{-\xi}^{\xi} \delta(t)dt = 1} \qquad (۲-۷)$$

بطورحسی ، میتوان تابع ضربهٔ δ را حد پالس p_Δ وقتیکه $\Delta \to 0$ تصور نمود . این واقعیت مکرراً بکار برده خواهد شد . ازلحاظ فیزیکی، میتوان δ را نمایشگر چگالی بار یک بار نقطه‌ای «واحد» واقع بر $t=0$ در روی محور t تصور نمود .

۱ — Unit impulse ۲ — Dirac delta function



شکل ۱۳-۲- یک تابع ضربه واحد $\delta(0)$

از تعریف δ و u نتیجه میشود که :

$$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(t')\,dt' \qquad (۲-۸)$$

مهم

و :

$$\frac{du(t)}{dt}=\delta(t) \qquad (۲-۹)$$

مهم

این دومعادله حائزاهمیت بسیاری بوده ودرفصلهای بعد بطورمکرر مورداستفاده قرار خواهند گرفت . تابع ضربه بطور ترسیمی درشکل (۱۳ - ۲) نشان داده شده است .

خاصیت‌مفید دیگری که اغلب مورد استفاده قرار میگیرد «خاصیت غربالی»(۱) ضربه واحد است. گیریم f یک تابع پیوسته باشد ، دراین‌صورت :

$$\int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,\delta(t)\,dt=f(o) \qquad (۲-۱۰)$$

برای هرمقدار مثبت ξ .

این مطلب را میتوان بسهولت با جایگزین کردن δ با p_Δ بطور تقریبی بصورت زیر اثبات نمود :

1 — Sifting property

$$\int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,\delta(t)\,dt = \lim_{\Delta \to 0} \int_{-\xi}^{\xi} f(t)\,p_{\Delta}(t)\,dt$$

$$= \lim_{\Delta \to 0} \int_{0}^{\Delta} f(t)\,\frac{1}{\Delta}\,dt$$

$$= f(0)$$

تبصره ۱- تابعی که به تابع پله‌واحدمربوط است تابع **شیب واحد**[1] $r(\cdot)$ میباشد که بصورت زیر تعریف میشود :

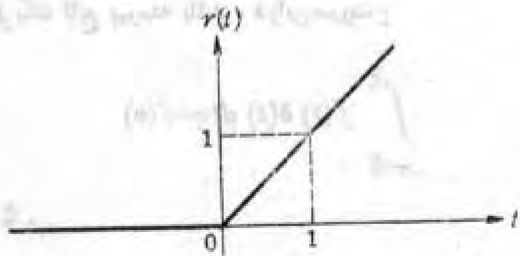
برای همه t $\boxed{r(t) = t\,u(t)}$ تابع شیب واحد (۲ — ۱۱)

شکل موج $r(\cdot)$ در شکل (۲-۱۴) نشان داده شده است. از روابط (۲-۳) و (۲-۱۱) میتوان نشان داد که :

$$r(t) = \int_{-\infty}^{t} u(t')\,dt' \qquad (۲ — ۱۲)$$

و :

$$\frac{dr(t)}{dt} = u(t) \qquad (۲ — ۱۳)$$



شکل ۲-۱۴- یک تابع شیب واحد $r(\cdot)$

1 — Unit ramp ۱

تبصره ۲- تابعی که با تابع ضربه واحد ارتباط نزدیکی دارد تابع **دوبلت واحد**[1] $\delta'(0)$ است که بصورت زیر تعریف میشود :

$$\delta'(t) = \begin{cases} 0 & t \neq 0 \quad \text{برای} \\ \text{ویژه} & t = 0 \quad \text{در} \end{cases} \qquad \text{تابع دوبلت واحد} \quad (۲-۱۴)$$

ویژگی در $t=0$ چنان است که :

$$\delta(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta'(t')\, dt' \qquad (۲-۱۵)$$

و :

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \delta'(t) \qquad (۲-۱۶)$$

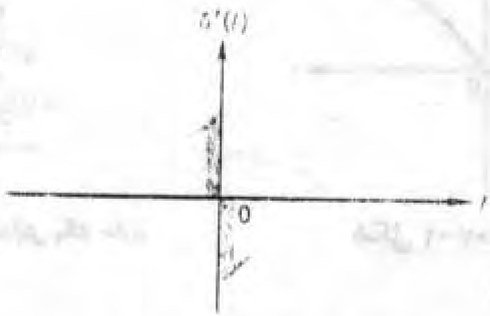
نمایش دوبلت واحد درشکل (۱۵ - ۲) نشان داده شده است .

تمرین ۱ - شکل موجهای مشخص شده با روابط زیر را رسم کنید :

الف . $3u(t) - 3u(t-2)$

ب . $5p_{0.1}(t) - 3p_{0.1}(t-0.1) + 2p_{0.2}(t-3)$

پ . $r(t) - u(t-1) - r(t-1)$



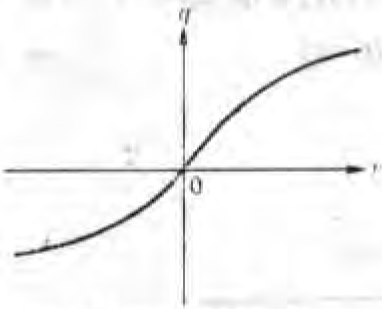
شکل ۱۵-۲- یک دوبلت $\delta'(0)$

1 — Unit doublet

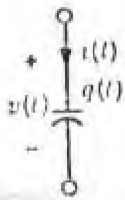
تمرین ۲ - ۱ $\sin t$ و $3\sin(2t+1)$ را بشکل سینوسوئید استاندارد بیان کنید (دراینجا فاز برحسب رادیان داده شده است) .

۳- خازنها

خازنها[1] بعلت اینکه بار الکتریکی ذخیره میکنند درمدارهای الکتریکی بکار میروند . عنصری که خازن خوانده میشود ، مدل ایده‌آل شده یک خازن فیزیکی است مانند خازن با صفحات موازی . خازن فیزیکی عنصری است که علاوه برخاصیت اصلی ذخیره نمودن بار الکتریکی، اندکی هم خاصیت پراکندگی دارد (معمولاً خیلی کم) . عنصری که در هرلحظه t از زمان، بارالکتریکی ذخیره شده $q(t)$ و ولتاژ $v(t)$ آن در رابطه‌ای که توسط یک منحنی درصفحه vq تعریف میشود صدق کند **خازن** نامیده میشود . این منحنی را **مشخصهٔ خازن درلحظه** t مینامند. نکته اصلی آنست که بین مقدار « لحظه‌ای » بار $q(t)$ و مقدار « لحظه‌ای » ولتاژ $v(t)$ رابطه‌ای وجود دارد . مشخصهٔ خازن نیز میتواند مانند مشخصهٔ مقاومت با زمان تغییر کند . بطور نمونه ، این مشخصه بصورت نشان داده شده در شکل (۱ - ۳) خواهد بود . تقریباً مشخصه همه خازنهای فیزیکی افزایشی یکنوا است، یعنی وقتی v اضافه شود q افزایش مییابد .



شکل ۱-۳- مشخصه یک خازن (غیرخطی) که درصفحه vq رسم شده است



شکل ۲-۳- نمایش یک خازن

---

۱ — Capacitors

در دیاگرامهای مداری یک خازن بطور نمایشی مطابق شکل (۲ - ۳) نمایش داده میشود. توجه کنید که همیشه $q(t)$ را باری خواهیم نامید که درلحظه t درصفحه‌ای که جهت قراردادی‌جریان $i(t)$ بآن وارد میشود وجود دارد. وقتیکه $i(t)$ مثبت باشد بارهای مثبت (درلحظه t) به صفحه فوقانی که بار آن $q(t)$ نامیده شده آورده میشوند و بنابراین شدت تغییر[۱] q [یعنی جریان $i(t)$] نیز مثبت است و بنابراین داریم :

$$\boxed{i(t)=\frac{dq}{dt}} \qquad (۳-۱)$$

دراین‌معادله جریانها برحسب‌آمپر و بارها برحسب کولمب[۲] داده میشود . با بکار بردن رابطه‌داده شده بین بار و ولتاژ ، مشخصهٔ ولتاژ شاخه وجریان شاخه یک خازن را از رابطه (۱ - ۳) بدست میآوریم .

خازنی راکه مشخصهٔ آن درهرلحظه از زمان خط مستقیمی باشد که از مبداء صفحه vq میگذرد **خازن خطی** گویند . بعکس، اگر درلحظه‌ای از زمان مشخصهٔ آن خط مستقیمی که از مبداء صفحه vq میگذرد نباشد آنرا **غیرخطی** گویند . خازنی راکه مشخصهٔآن بازمان تغییر نکند **خازن‌تغییر ناپذیر بازمان**، واگرمشخصه‌آن‌بازمان تغییر کند **خازن تغییرپذیر بازمان** گویند .

مانند آنچه که در مقاومتها گفته شد خازنها را برحسب آنکه خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر بازمان و یا تغییر ناپذیر با زمان باشند میتوان به‌چهار نوع تقسیم نمود .

۳-۱- خازن خطی تغییرناپذیر بازمان

از تعریف خطی بودن و تغییرناپذیری با زمان ، میتوان مشخصهٔ یک خازن خطی تغییرناپذیر با زمان را بصورت زیر نوشت :

$$\boxed{q(t)=C\,v(t)} \qquad (۳-۲)$$

که درآن C ثابتی‌است (نابسته از t و v) که شیب مشخصه‌را تعیین‌نموده و **ظرفیت**[۳] خازن نامیده میشود . واحد کمیتهای معادله (۲ - ۳) بترتیب کولمب ، فاراد[۴] و ولت

---

۱ — Rate of change

۲ — Coulomb

۳ — Capacitance

۴ — Farad

است . معادله‌ای که ولتاژ دوسر خازن را به‌جریان آن ارتباط میدهد بصورت زیر است :

$$i(t)=\frac{dq}{dt}=C\frac{dv}{dt}=\frac{1}{S}\frac{dv}{dt} \qquad (۳-۳)$$

که درآن $S=C^{-1}$ بوده و الاستانس(۱) گفته میشود. اگر (۳ - ۳) را بین‌صفر و t انتگرال گیری کنیم بدست میآوریم :

$\int_0^t dv = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(t)\, dt$

$$v(t)=v(o)+\frac{1}{C}\int_o^t i(t')\,dt' \qquad (۳-۴)$$

وبرحسب الاستانس S ،

$$\boxed{v(t)=v(o)+S\int_o^t i(t')\,dt'} \qquad (۳-۵)$$

بنابراین، خازن خطی تغییرناپذیر با زمان تنها وقتی بعنوان یک عنصر مدار کاملاً مشخص میشود که ظرفیت C (شیب مشخصهٔ آن) و ولتاژ اولیه آن $v(o)$ داده شده باشند.

باید تأکید شود که معادله (۳ - ۳) تابعی را تعریف میکند که $i(t)$ را برحسب $\frac{dv}{dt}$ بیان می‌نماید ، یعنی :

$$i(t)=f\left(\frac{dv}{dt}\right)$$

توجه به‌این مطلب حائز اهمیت‌است که $f(\cdot)$ تابع خطی میباشد. ازطرف دیگر، معادله (۴ - ۳) تابعی را تعریف میکند که $v(t)$ را برحسب $v(o)$ وشکل موج جریان $i(\cdot)$ در فاصله $[o , t]$ بیان مینماید . لازم است توجه شود تابعی که توسط (۴ - ۳) تعریف شده ومقدار $v(t)$ ، یعنی‌ولتاژدرلحظه t را برحسب « شکل‌موج » جریان درفاصله $[o , t]$ میدهد تنها وقتی « خطی » است که $v(o)=o$ باشد . انتگرال موجود درمعادله(۴-۳) نشان‌دهنده سطح خالص(۲) زیر منحنی‌جریان درفاصله زمانی‌صفر و t میباشد. «سطح خالص»،

۱ — Elastance ۲ — Net area

برای بخاطر داشتن اینکه قسمتی از منحنی $i(\cdot)$ که دربالای محور زمان قراردارد مساحت مثبت، و بخشی که زیر محور زمان قرار دارد مساحت منفی بوجود میآورد گفته میشود. جالب‌است توجه کنیم که مقدار v درلحظه t، یعنی $v(t)$، به‌مقداراولیه $v(o)$ وهمه مقادیر جریان از لحظه صفر تا لحظه t بستگی دارد. باین حقیقت معمولاً باگفتن اینکه «خازنها دارای حافظه[1] میباشند» اشاره میشود.

تمرین ۱ گیریم منبع جریان $i_s(t)$ به یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت C و $v(o)=o$ وصل شده باشد. شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ دوسرخازن را برای حالتهای زیر تعیین نمائید:

الف - $i_s(t)=u(t)$

ب - $i_s(t)=\delta(t)$

پ - $i_s(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$

تمرین ۲ گیریم منبع ولتاژ $v_s(t)$ به یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ظرفیت C و $v(o)=o$ وصل شده باشد. شکل موج جریان $i(\cdot)$ درخازن را برای حالتهای زیر تعیین نمائید:

الف - $v_s(t)=u(t)$

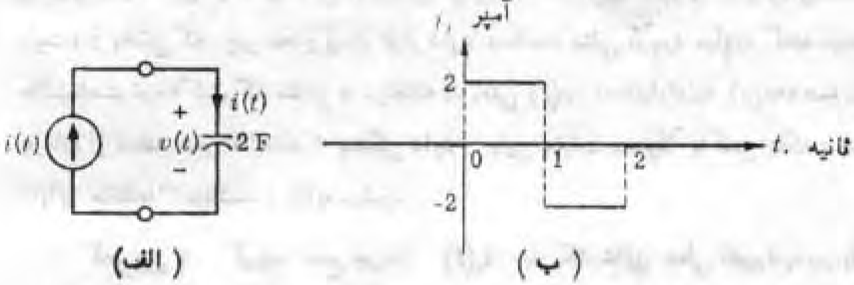
ب - $v_s(t)=\delta(t)$

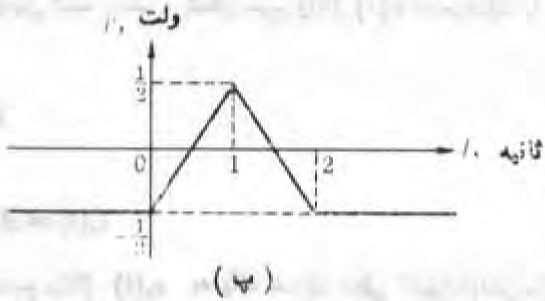
پ - $v_s(t)=A\cos(\omega t+\Phi)$

مثال منبع جریانی بدوسر یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان باظرفیت ۲ فاراد و ولتاژ اولیه $v(o)=-\frac{۱}{۲}$ ولت مطابق شکل(۳ - ۳ الف) وصل شده‌است. گیریم که منبع جریان با شکل موج ساده $i(\cdot)$ مطابق شکل(۳-۳ ب) داده شده باشد. ولتاژ شاخهٔ دوسرخازن را میتوان بلافاصله از معادله (۳-٤) بصورت زیر حساب نمود:

$$v(t)=-\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۲}\int_{o}^{t} i(t')\,dt'$$

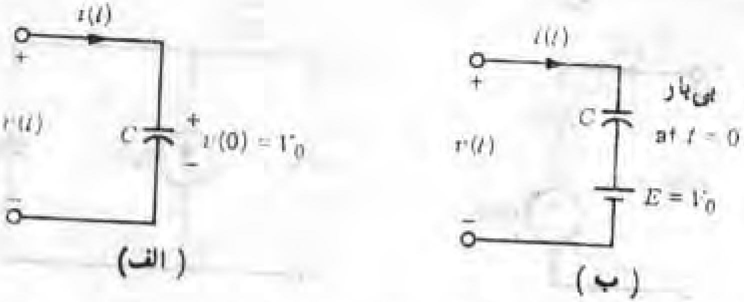
1 — Memory





شکل ۳-۳- شکل موجهای ولتاژ وجریان دوسرخازن خطی تغییرناپذیر بازمان

شکل موج $v(\cdot)$ درشکل (۳-۳ پ) رسم شده است . برای مقادیر منفی t ولتاژ مساوی $-\frac{۱}{۲}$ ولت‌است، در $t=0$ ولتاژ شروع به‌افزایش نموده ودرلحظه $t=۱$ درنتیجهٔ اثر قسمت مثبت شکل موج جریان بمقدار $\frac{۱}{۲}$ ولت میرسد ، سپس برای $۱<t<۲$ بعلت جریان منفی ثابت بطورخطی تا $-\frac{۱}{۲}$ ولت تنزل نموده وبرای $t>۲$ ثانیه در $-\frac{۱}{۲}$ ولت ثابت میماند . این مثال ساده بروشنی نشان میدهد که برای $t>0$ ، $v(t)$ به مقدار اولیه $v(0)$ وهمهٔ مقادیر شکل‌موج $i(\cdot)$ بین لحظه‌صفر و t بستگی‌دارد . بعلاوه بسهولت مشاهده میشود که اگر $v(0)$ مساوی صفر نباشد ، $v(t)$ یک تابع خطی از $i(\cdot)$ نیست. ازطرف دیگر ، اگرمقدار اولیه $v(0)$ مساوی صفر باشد ولتاژ شاخه درلحظه t، یعنی $v(t)$، یک تابع خطی ازشکل موج جریان $i(\cdot)$ میباشد .



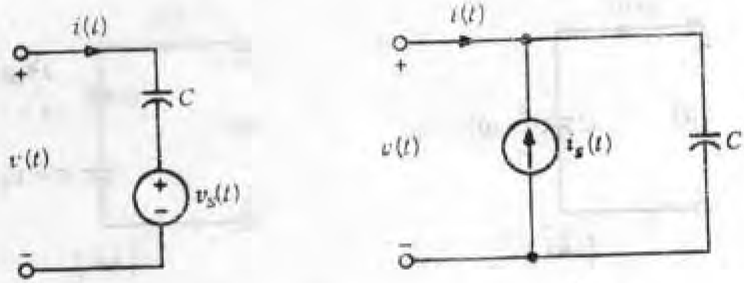
شکل ۲-۴- خازن با بار اولیه $v(0)=V_0$ نشان داده شده در (الف) معادل اتصال سری همان خازن (بدون بار اولیه) و یک منبع ولتاژ ثابت $E=V_0$ است مطابق شکل (ب) .

تمرین فرض کنید شکل موج جریان درشکل (۲-۲ ب) برای همه مقادیر t به‌مقدار دو برابر افزایش یابد . برای $t\geqslant 0$ ولتاژ $v(t)$ را محاسبه کنید . ثابت کنید که خطی بودن معتبر نخواهند بود مگر اینکه $v(0)=0$ باشد .

تبصره ۱- معادله(۲-۴) بیان‌میکند که برای $t\geqslant 0$ ، ولتاژ شاخه $v(t)$ درلحظه t در دوسر یک خازن خطی تغییر ناپذیر با زمان ازمجموع دوجمله تشکیل میشود . جمله اول ولتاژ $v(0)$ درلحظه $t=0$، یعنی ولتاژ اولیه دوسرخازن بوده و جمله دوم ولتاژ دوسر خازن‌باظرفیت C فاراد درلحظه t است بشرط اینکه‌درلحظه $t=0$ این‌خازن باراولیه نداشته باشد . بنابراین هرخازن خطی تغییرناپذیر با زمان با ولتاژ اولیهٔ $v(0)$ را میتوان بصورت اتصال سری یک منبع ولتاژ dc با $E=v(0)$ و همان خازن با ولتاژ اولیهٔ صفر مطابق شکل (۲-۴) درنظرگرفت . این نتیجه بسیارمفید است و درفصلهای بعد مکرراً بکار برده خواهد شد .

تبصره ۲- خازن خطی تغییرناپذیر بازمان با ولتاژ اولیه صفر ، یعنی $v(0)=0$ را درنظرگیرید . این خازن بطورسری با منبع ولتاژ نابسته $v_s(t)$ مطابق شکل (۲-۵ الف) وصل میشود . این اتصال سری معادل‌مداری است (همانطوریکه درشکل (۲-۵ ب) نشان داده شده است) که درآن همان خازن بطورموازی با یک منبع جریان وصل شده و

$$i_s(t)=C\frac{dv_s}{dt} \qquad (۲-۶)$$



$v_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_s(t')\,dt'$ $i_s(t) = C\frac{dv_s}{dt}$

(الف)   (ب)

شکل ۵-۳- مدارهای تونن و نرتن برای یک خازن با منبع ثابته .

منبع ولتاژ $v_s(t)$ درشکل (۵-۳ الف) برحسب منبع جریان $i_s(t)$ درشکل (۵-۳ ب) بصورت زیر داده میشود :

$$v_s(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i_s(t')\,dt' \qquad (۳-۷)$$

نتایج شکلهای (۵-۳ الف) و (۵-۳ ب) را بترتیب مدارهای معادل تونن و نرتن گویند . اثبات این مطلب مشابه آن است که درمورد مقاومت دربخش ۳-۲ گفته شد . بخصوص اگرمنبع ولتاژ v_s درشکل (۵-۳ الف) یک تابع پله واحد باشد، بموجب معادله (۳-۶) منبع جریان i_s درشکل (۵-۳ ب) یک تابع ضربه $C\delta(t)$ میباشد .

تبصره ۳- مجدداً معادله (۳-٤) را درلحظه t و لحظه $t+dt$ درنظرگیرید . از تفاضل آنها بدست میآید که :

$$v(t+dt) - v(t) = \frac{1}{C}\int_t^{t+dt} i(t')\,dt' \qquad (۳-۸)$$

گیریم $i(t)$ برای همه مقادیر t کراندار[1] باشد ، یعنی ثابت معینی مانند M وجود

---

1 — Bounded

داشته باشد بقسمی که برای همهٔ مقادیر t موردنظر داشته باشیم ، $|i(t)| \leqslant M$. وقتیکه $dt \to o$ مساحت زیر شکل موج $i(\cdot)$ درفاصله $[t$ و $t+dt]$ بسمت صفر میل میکند. همچنین از معادله (۸-۳) ملاحظه میشود وقتیکه dt بسمت صفر میل کند :

$$v(t+dt) \to v(t)$$

که بنحو دیگر باینصورت بیان میشود که شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ پیوسته است.

بنابراین میتوان یک خاصیت مهم خازن‌خطی تغییرناپذیر بازمان را چنین بیان نمود : « اگر برای همه‌زمان t درفاصله بسته $[o , T]$، جریان $i(\cdot)$ دریک خازن‌خطی تغییرناپذیر با زمان کراندار بماند، ولتاژ v دوسرخازن‌درفاصله باز (o , T) یک‌تابع پیوسته میباشد، یعنی برای چنین خازنی مادامیکه جریان آن کراندار بماند ولتاژ شاخه نمیتواند بطور لحظه‌ای ازیک مقدار به مقدار متفاوت دیگری بجهد (مانند تابع پله) » . این خاصیت درحل مسائلی که درآن پالس یا تابع پله ولتاژ یاجریان به مداری اعمال‌میشود بسیار مفید است وکاربرد آن درفصلهای بعد تشریح خواهد شد.

تمرین آنچه راکه درتبصره ۲ بیان شد ثابت کنید .

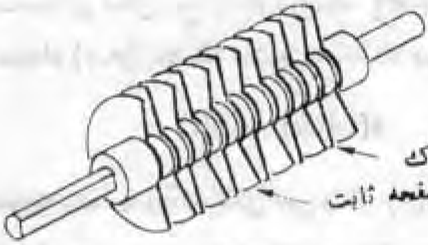
۲-۴- خازن خطی تغییرپذیر بازمان

اگر خازنی‌خطی ولی تغییرپذیر بازمان باشد مشخصهٔ‌آن‌درهرلحظه خط مستقیمی‌است که ازمبداء میگذرد ولی شیب آن به‌زمان بستگی‌دارد. بنابراین میتوان مقدار بار درلحظه t را برحسب ولتاژ درلحظه t بصورت معادله زیر بیان نمود :

$$\boxed{q(t) = C(t)\, v(t)} \qquad (۳-۹)$$

که درآن $C(\cdot)$ یک تابع زمان مشخص‌شده‌ای‌است که برای هر t ، شیب مشخصهٔ خازن را معین میکند. این تابع $C(\cdot)$ جزو مشخصهٔ خازن‌خطی تغییرپذیر بازمان‌میباشد. بنابراین معادله (۱-۳) بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{i(t) = \frac{dq}{dt} = C(t)\,\frac{dv}{dt} + \frac{dC}{dt}\, v(t)} \qquad (۳-۱۰)$$



شکل ۶-۳- با چرخانیدن صفحه متحرک بطور مکانیکی، این خازن بصورت خازن تغییرپذیر بازمان درمیآید

یک مثال ساده از خازن خطی تغییرپذیر بازمان در شکل (۶ - ۳) نشان داده شده است که درآن یک خازن باصفحات موازی شامل یک صفحه ثابت ویک صفحه متحرک است. صفحه متحرک بطرز مکانیکی و بطور متناوب حرکت داده میشود . میتوان ظرفیت این خازن را که بطور متناوب تغییر میکند بصورت یک سری فوریه بیان نمود .

$$C(t)=C_0+\sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(2\pi f k t+\Phi_k) \qquad (۳-۱۱)$$

که درآن f نشان دهنده فرکانس دوران صفحه متحرک است .

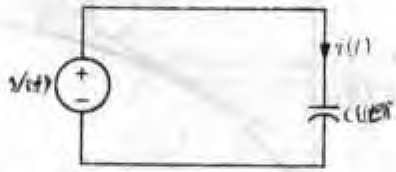
دربررسی تقویت کننده‌های[1] پارامتری، خازن‌های متغیرمتناوب اهمیت اساسی دارند. دربخش بعد یک نوع دیگر از خازن‌های متناوب گفته خواهد شد .

تمرین مدار نشان داده شده درشکل (۷ - ۳) را درنظر گرفته و فرض کنید ولتاژ ورودی سینوسوئید، $v(t)=A\cos\omega_1 t$ میباشد که درآن ثابت $\omega_1=2\pi f_1$ فرکانس زاویه‌ای است. گیریم خازن خطی تغییرپذیر بازمان بصورت زیر مشخص شده باشد :

$$C(t)=C_0+C_1\cos 3\omega_1 t$$

که درآن C_0 و C_1 مقادیر ثابت هستند. جریان $i(t)$ را برای همه مقادیر t تعیین کنید.

۱ — Amplifiers



شکل ۷-۳- یک خازن خطی تغییرپذیر بازمان که بوسیله منبع ولتاژ سینوسی تحریک میشود .

۳-۳- خازن غیرخطی

دیود واراکتور(۱) دستگاهی است که دربیشتر سیستمهای ارتباطی مدرن بعنوان یک عنصر خیلی مهم مدار درقسمتهای تقویت کننده پارامتری ، نوسان کننده‌ها(۲) و مبدلهای سیگنال(۳) بکار میرود. یک دیود واراکتور را میتوان اساساً بوسیله یک خازن غیرخطی مدل‌سازی نمود . مدل‌دقیق ترانزیستور نیز یک خازن غیرخطی دربردارد . درکاربردهای قطع و وصل(۴) خیلی سریع اغلب اثر خازن غیرخطی حائز اهمیت بسیار است . درحالت کلی، تجزیه‌وتحلیل‌مدارهائی که شامل‌عناصر « غیرخطی » میباشد خیلی‌مشکلتراز‌مدارهای خطی است . درتجزیه‌وتحلیل های غیرخطی، تکنیک‌های‌مختلفی که هریک مناسب حالت خاصی میباشد وجود داردکه درمیان آنها و شاید مفیدترین آنها روش « تجزیه و تحلیل سیگنالهای کوچک(۵)» است و این مفهوم اصلی را درمثال زیر معرفی مینمائیم .

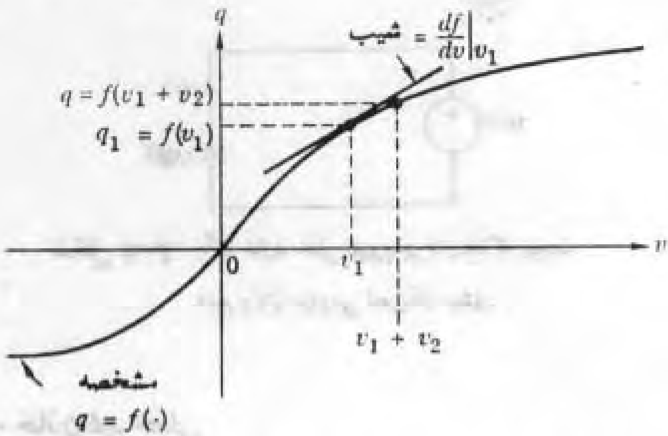
مثال یک خازن غیرخطی راکه توسط مشخصه‌اش $q=f(v)$ (مطابق شکل (۸-۳)) معین شده است درنظرگرفته و فرض کنید ولتاژ v همانطوریکه درشکل (۹-۳) نشان داده شده مجموع دوجمله باشد ، جمله اول v_1 ، ولتاژ ثابتی است که بوسیله باتری بایاس کننده روی‌خازن‌واردشده (که‌اغلب بنام « بایاس(۶) dc » گفته میشود) وجمله‌دوم v_2، یک ولتاژ با تغییر کوچک می‌باشد . مثلاً v_2 ممکن است ولتاژ کوچکی در قسمت

---

۱ — Varactor ۲ — Oscillator

۳ — Signal converter ۴ — Switching

۵ — Small signal Analysis ۶ — Bias



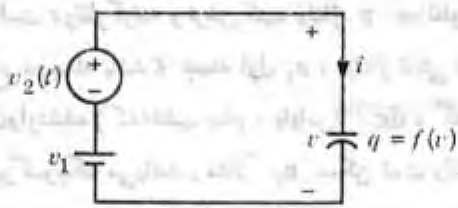
شکل ۸-۳- مشخصه یک خازن غیرخطی وتقریب سیگنال کوچک آن دراطراف نقطه‌کار $(v_1, f(v_1))$

ورودی یک گیرنده باشد . با بکار بردن بسط سری تیلور داریم :

$$q = f(v) = f(v_1 + v_2)$$

$$\approx f(v_1) + \frac{df}{dv}\Big|_{v_1} v_2 \qquad (۳-۱۲)$$

درمعادله(۱۲-۳) ، ما ازجمله های مرتبه‌دوم و بالاتر صرفنظر کردیم ، اگر v_2 بمقدار کافی کوچک باشد این یک خطای جزئی ببار میاورد . بعبارت دقیق‌تر، باید v_2 بقدر کافی کوچک باشد تا قسمتی از مشخصه که باطول $v_1 + v_2$ متناظرمیباشد توسط قطعه خط مستقیمی که ازنقطه



شکل ۹-۳- یک خازن غیرخطی بوسیله ولتاژ v که ازمجموع ولتاژ dc ، v_1 و ولتاژ با تغییرات کوچک v_2 تشکیل میباید تغذیه میشود .

$(v_1 , f(v_1))$ گذشته ودارای شیب $\left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$ است بطرزخوبی تقریب شده باشد. جریان $i(t)$ ازمعادله (۱-۳) عبارتست از :

$$i(t)= \frac{dq}{dt} = \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1} \frac{dv_2}{dt} \qquad (۳-۱۳)$$

که معادله فوق بصورت زیر است :

$$i(t)=C(v_1)\, \frac{dv_2}{dt} \qquad (۳-۱۴)$$

توجه کنید که v_1 مقدار ثابتی است وبنابراین ازنقطه نظر سیگنالهای کوچک v_2 ، ظرفیت :

$$C(v_1)= \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1}$$

یک خازن خطی تغییرناپذیر بازمان بوده که مساوی شیب مشخصه خازن درنقطه کار آن درصفحه vq مطابق شکل(۳-۸) میباشد. ازاینروظرفیت بهولتاژ dc ، v_1 بستگی دارد.

اگرخازن غیرخطی درتقویت کننده پارامتری‌بکار برده شود ولتاژ v_1 یک مقدار ثابتی نیست . معهذا v_2 که نمایشگر قسمت تغییرپذیر بازمان است بازهم کوچک فرض میشود تا تقریبی که‌درنوشتن معادله(۳-۱۲) بکار رفته هنوز معتبر باشد. بنابراین یک تغییرجزئی درتجزیه و تحلیل بالا باید انجام داد .

ولتاژ دوسرخازن مساوی $v_1(t)+v_2(t)$ است و از اینرو بار خازن چنین است :

$$q(t)=f(v_1(t)+v_2(t))$$

و چون $v_2(t)$ برای همه t کوچک است داریم :

$$q(t) \approx f(v_1(t))+ \left.\frac{df}{dv}\right|_{v_1(t)} v_2(t)$$

گیریم :

$$q_1(t) \triangleq f(v_1(t)) \qquad (۳-۱۵)$$

بار $q_1(t)$ را میتوان بار ناشی از $v_1(t)$ درنظر گرفت . بار باقیمانده:

$$q_2(t) \triangleq q(t) - q_1(t)$$

بطور تقریبی با عبارت زیر داده میشود :

$$q_2(t) \approx \left. \frac{df}{dv} \right|_{v_1(t)} v_2(t) \qquad (۳-۱۶)$$

بار q_2 متناسب با v_2 بوده ومیتوان بعنوان تغییرات بار سیگنال کوچک ناشی از v_2 درنظر گرفت . چون v_1 یک تابع داده شده‌ای از زمان میباشد، $\left. \frac{df}{dv} \right|_{v_1(t)}$ را میتوان بعنوان خازن خطی تغییرپذیر بازمان $C(t)$ درنظر گرفت که درآن :

$$C(t) = \left. \frac{df}{dv} \right|_{v_1(t)}$$

بنابراین ما نشان دادیم که در تجزیه‌وتحلیلهای سیگنالهای کوچک ، یک خازن غیرخطی را میتوان بصورت یک خازن خطی تغییرپذیر با زمان مدل‌سازی نمود . این نوع تجزیه‌و تحلیل ، در درک تقویت کننده‌های پارامتری جنبهٔ اساسی دارد .

تمرین خازن غیرخطی که توسط معادله زیر مشخص میشود داده شده است:

$$q = ۱ - e^{-v}$$

ظرفیت C متناظر با سیگنالهای کوچک را که بصورت $\left. \frac{df}{dv} \right|_{v_1}$ درمعادله (۳-۱۶) تعریف میشود برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $v_1 = ۱۰$ ولت

ب - $v_1 = ۱۰ + ۵ \cos \omega_1 t$

فرض کنید که $v_2(t) = ۰/۱ \cos ۱۰\omega_1 t$ باشد جریان‌تقریبی خازن‌را که از v_2 ناشی میشود برای هردوحالت تعیین کنید .

۴- سلف‌ها

سلف‌ها[1] بعلت اینکه در میدان مغناطیسی خود انرژی ذخیره مینمایند در مدارهای الکتریکی بکار میروند. عنصری که سلف نامیده میشود ایده‌آل‌شده یک سلف فیزیکی است. بعبارت دقیق‌تر، یک عنصر دوسر را **سلف** خواهیم گفت اگر در هر لحظه t از زمان، شار $\Phi(t)$ و جریان $i(t)$ آن در رابطه‌ای که توسط یک منحنی در صفحه $i\Phi$ تعریف میشود صدق کند. این منحنی را **مشخصهٔ سلف در زمان** t نامند. نکته اساسی این است که رابطه‌ای بین مقدار «لحظه‌ای» شار $\Phi(t)$ و مقدار «لحظه‌ای» جریان $i(t)$ وجود دارد. در بعضی حالتها ممکن است مشخصه با زمان تغییر کند. در دیاگرامهای مداری، یک سلف را بطور نمایشی مطابق شکل (۴-۱) نشان میدهند. ازآنجائیکه در تئوری مدار، مشخص‌سازی اساسی یک عنصر دوسر برحسب جریان و ولتاژ آن انجام میگیرد، لازم است که ارتباطی بین شار و ولتاژ شاخه برقرار شود. ولتاژ دوسر یک سلف (که با جهت قراردادی نشان داده شده در شکل (۴-۱) سنجیده میشود) مطابق قانون القاء فاراده[2] بصورت زیر داده میشود:

$$\boxed{v(t) = \frac{d\Phi}{dt}} \qquad (۴-۱)$$

که در آن v برحسب ولت و Φ برحسب وبر[3] است.

اکنون مطابقت کیفی رابطه (۴-۱) را با قانون لنز[4] بررسی میکنیم. این قانون بیان

شکل ۱-۴- نمایش یک سلف

1 — Inductors
2 — Faraday's induction law
3 — Weber
4 — Lenz

میدارد که نیروی محرکه‌ای که دراثر تغییر شار القاء میشود دارای چنان جهتی است که با علت تغییر شار مخالفت میکند . برای تشریح این مطلب فرض کنید که جریان i اضافه شود ، یعنی $\frac{di}{dt} > o$ ، جریان اضافه شده میدان مغناطیسی‌اضافی بوجودمیآورد و بنابراین شار Φ افزوده میشود، یعنی $\frac{d\Phi}{dt} > o$ ، ومطابق‌رابطه(۱-٤)، $v(t) > o$ و این‌بدان‌معنی است که پتانسیل گره A از پتانسیل گره B بیشتراست واین دقیقاً همان جهت پتانسیل لازم برای مخالفت با افزایش بیشتر جریان را نشان میدهد .

سلفها نیز مانند مقاومتها و خازنها بسته باینکه خطی ، غیرخطی ، تغییرپذیر با زمان ویا تغییرناپذیر بازمان باشند بچهار نوع تقسیم میشوند. سلفی را **تغییر ناپذیر با زمان** گویند که مشخصهٔ آن با زمان تغییر نکند . سلفی را **خطی** گویند که درهرلحظه از زمان مشخصهٔ آن خط مستقیمی باشد که ازمبداء صفحه $i\Phi$ بگذرد .

۱-٤- سلف خطی تغییر ناپذیر با زمان

بنا به تعریف، مشخصهٔ یک سلف خطی تغییر ناپذیر بازمان دارای‌معادله‌ای بصورت زیر میباشد :

$$\boxed{\Phi(t) = Li(t)} \qquad (٤-٢)$$

که درآن L مقدار ثابتی بوده (نا بسته **از** t و i) و **اندوکتانس**(۱) گفته میشود . مشخصهٔ آن خط مستقیمی به شیب L است که ازمبداء میگذرد . واحدهای این معادله بترتیب وبر ، هانری(۲) و آمپر است . معادله‌ای که ولتاژ دوسر سلف وجریان درون آن را بهم ارتباط میدهد بآسانی از روی معادلات (۱-٤) و (۲-٤) بدست میآید و داریم :

$$\boxed{v(t) = L\frac{di}{dt}} \qquad (٤-٣)$$

و اگر ازمعادله (۳-٤) بین صفر و t انتگرال بگیریم بدست میآید :

---

۱ — Inductance ۲ — Henry

$$\boxed{i(t)=i(0)+\frac{1}{L}\int_0^t v(t')\,dt'} \qquad (۴-۴)$$

گیریم $\Gamma \triangleq \frac{1}{L}$ باشد . Γ را **اندوکتانس معکوس**[1] گویند و داریم :

$$\boxed{i(t)=i(0)+\Gamma\int_0^t v(t')\,dt'} \qquad (۴-۵)$$

انتگرال‌موجود درمعادلات (۴-۴) و (۴-۵) مساحت خالص زیر منحنی ولتاژ بین زمان صفر و زمان t میباشد. واضح است که مقدار i درلحظه t ، یعنی $i(t)$ ، بمقداراولیه آن $i(0)$ و همه مقادیر شکل موج ولتاژ $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[0, t]$ بستگی دارد . به‌این حقیقت، همانطوریکه‌درمورد خازنها هم گفته شد، اغلب با گفتن اینکه « سلفهادارای‌حافظه میباشند» اشاره میشود .

با توجه به معادله (۴-۴) تذکر این موضوع حائز اهمیت است که یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان بعنوان یک عنصر مدار ، فقط وقتی کاملاً مشخص‌میشود که جریان‌اولیه $i(0)$ و اندوکتانس L (شیب مشخصهٔ آن) داده شده باشد . درهمه مطالعات تئوری مدار ما با این واقعیت مهم مواجه خواهیم بود .

بایستی تأکید شود که معادله (۴-۳) یک تابع « خطی » را تعریف میکند که ولتاژ لحظه‌ای $v(t)$ را برحسب مشتق جریان که درلحظه t حساب شود بیان میدارد . معادله (۴-۴) تابعی‌را تعریف میکند که جریان‌لحظه‌ای $i(t)$ را برحسب $i(0)$ و شکل موج $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[0, t]$ بیان میدارد . توجه به‌این مطلب حائز اهمیت است که تنها اگر $i(0)=0$ باشد تابعی که بوسیله معادله (۴-۴) تعریف میشود یک « تابع خطی » است که مقدارجریان i درلحظه t ، یعنی $i(t)$ ، را برحسب شکل‌موج‌ولتاژ $v(\cdot)$ درفاصله زمانی $[0, t]$ بدست میدهد .

تمرین ۱ گیریم منبع جریان $i_s(t)$ بیک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با

---

1 — Reciprocal inductance

اندوکتانس L و $i(o)=o$ وصل‌شود. شکل‌موج ولتاژ $v(\cdot)$ دوسر سلف را برای‌حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $i_s(t)=u(t)$

ب - $i_s(t)=\delta(t)$

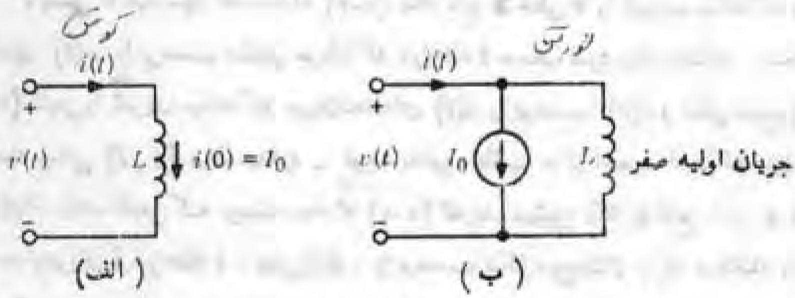
تمرین ۲ گیریم منبع ولتاژ $v_s(t)$ بیک سلف خطی تغییرناپذیر با زمان با اندوکتانس L و $i(o)=o$ وصل شود. شکل موج جریان $i(\cdot)$ در داخل سلف‌را برای حالتهای زیر تعیین کنید :

الف - $v_s(t)=u(t)$

ب - $v_s(t)=\delta(t)$

پ - $v_s(t)=A\cos\omega t$ که دراینجا A و ω مقادیر ثابت میباشند.

تبصره ۱- معادله (۱-٤) بیان‌میکند که درلحظه t ، جریان شاخه $i(t)$ $(t\geqslant o)$ دریک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان از دوجمله تشکیل میابد . جمله اول جریان $i(o)$ در لحظه $t=o$ ، یعنی جریان‌اولیه در سلف، و جملهٔ دوم جریان سلف L درلحظه t است بشرطیکه در $t=o$ این سلف‌دارای‌جریان اولیه صفر باشد. بنابراین هرسلف‌خطی تغییرناپذیر بازمان باجریان‌اولیه $i(o)$ را میتوان بصورت‌اتصال موازی یک‌منبع جریان دائم $I_0=i(o)$ وهمان سلف باجریان‌اولیه صفر درنظر گرفت، بشکل(٢-٤) مراجعه شود. اغلب درفصلهای بعدی با این نتیجه مفید مواجه خواهیم بود .



شکل ٢-٤- سلف با جریان اولیهٔ $i(o)=I_0$ درحالت (الف)، معادل اتصال موازی همان سلف باجریان اولیه‌صفر ومنبع جریان ثابت I_0 درحالت (ب) میباشد .

تبصره ۲- یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان باجریان اولیه صفر ، یعنی $i(o)=o$ را درنظر گیرید . این سلف بطور موازی با یک منبع جریان دلخواه $i_s(t)$ مطابق شکل (۳-۴ الف) وصل شده است. این اتصال موازی معادل مدار نشان داده شده درشکل (۳-۴ ب) میباشد که درآن همان سلف بطورسری با منبع ولتاژ $v_s(t)$ وصل شده و داریم :

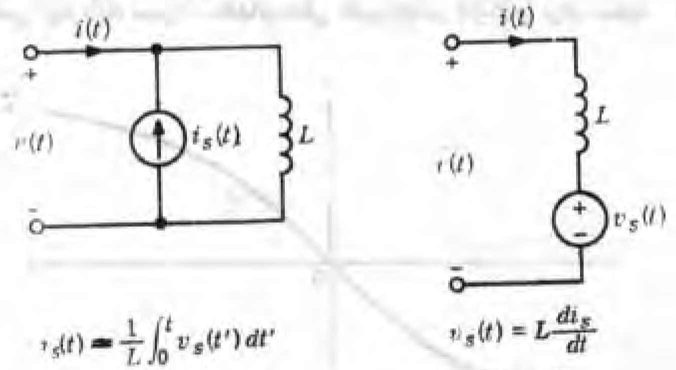
$$\boxed{v_s(t)=L\frac{di_s}{dt}} \quad \text{معادل تونن} \quad (۴-۶)$$

منبع جریان $i_s(t)$ درشکل (۳-۴ الف) (برحسب منبع ولتاژ شکل (۳-۴ ب)) چنین است:

$$\boxed{i_s(t)=\frac{1}{L}\int_0^t v_s(t')\,dt'} \quad \text{معادل نورتن} \quad (۴-۷)$$

نتایج شکلهای (۳-۴ الف و ب) را بترتیب مدارهای معادل نرتن وتونن گویند. بخصوص اگر i_s درشکل (۳-۴ الف) تابع پله واحد باشد منبع ولتاژ v_s درشکل (۳-۴ ب) تابع ضربه $L\delta(t)$ خواهد بود .

تبصره ۳- با تکرار استدلالی مشابه آنچه که درمورد خازنها بکار رفت میتوان در مورد سلف‌ها هم، خاصیت مهم زیر را نتیجه گیری نمود : « اگر برای همه زمانها درفاصله بسته $[o, t]$ ، ولتاژ v دوسر یک سلف خطی تغییرناپذیر بازمان کراندار بماند، جریان i



(الف)　　(ب)

شکل ۳-۴- مدارهای معادل نرتن(الف) و تونن (ب) برای سلف با یک منبع

درفاصله زمانی باز (o, t) یک تابع پیوسته میباشد » ، یعنی مادامیکه ولتاژ دو سر یک سلف کراندار بماند جریان داخل آن سلف نمیتواند بطور لحظه‌ای از یک مقدار به مقدار متفاوتی بجهد .

۴-۲ سلف خطی تغییرپذیر بازمان

اگر سلفی خطی ولی تغییرپذیر با زمان باشد، مشخصهٔ آن درهرلحظه، خط مستقیمی است که از مبداء گذشته و شیب آن تابعی از زمان است . شار برحسب جریان بصورت زیر بیان میشود :

$$\boxed{\Phi(t)=L(t)\, i(t)} \qquad (۴-۸)$$

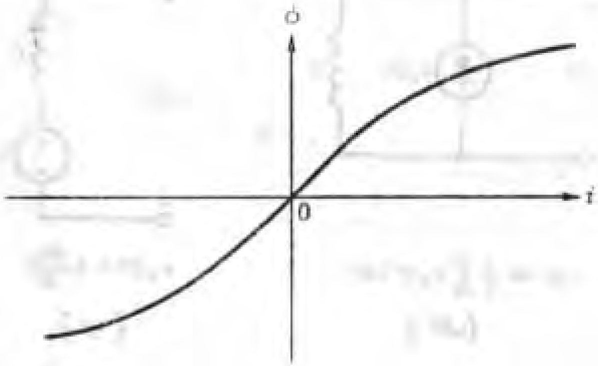
که درآن $L(\cdot)$ یک تابع معینی از زمان میباشد . درواقع تابع $L(\ )$ جزو مشخصه سلف تغییرپذیر بازمان است . معادله (۴-۱) بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{v(t)=L(t)\frac{di}{dt}+\frac{dL}{dt}\, i(t)} \qquad (۴-۹)$$

سلف خطی تغییرپذیر بازمان

۴-۳ سلف غیرخطی

اغلب سلفهای فیزیکی دارای مشخصه‌های غیرخطی هستند و فقط برای دامنهٔ تغییرات خاصی ازجریان، میتوان سلفهای‌خطی تغییرناپذیر بازمان‌را برای سلفها مدل قرار



شکل ۴-۴- مشخصه یک سلف غیرخطی

داد . مشخصهٔ نوعی یک سلف فیزیکی درشکل (۴-۴) نشان‌داده شده است. برای‌جریانهای زیاد شار بحالت اشباع میرسد، یعنی وقتیکه جریان خیلی زیادمیشود شار به مقدار خیلی‌کم افزایش مییابد .

مثال گیریم مشخصهٔ یک سلف غیرخطی تغییرناپذیر بازمان را بتوان بصورت زیر نمایش داد :

$$\Phi = \tanh i$$

جریان داخل سلف، سینوسوئید $i(t) = A \cos \omega t$ میباشد. ولتاژ دوسرسلف را حساب کنید.

شار سلف عبارتست از :

$$\Phi(t) = \tanh(A \cos \omega t)$$

و از رابطه (۱-۴) داریم :

$$v(t) = \frac{d}{dt}\Phi(i(t)) = \frac{d\Phi}{di}\bigg|_{i(t)} \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{d \tanh i}{di}\bigg|_{i(t)} \frac{d A \cos \omega t}{dt} = \frac{1}{\cosh^2(A \cos \omega t)}(-A\omega \sin \omega t)$$

و نتیجه میگیریم که :

$$v(t) = -A\omega \frac{\sin \omega t}{\cosh^2(A \cos \omega t)}$$

بنابراین با معلوم بودن دامنه A وفرکانس زاویه‌ای ω ، جریان و ولتاژ دوسر سلف بصورت تابعی از زمان کاملاً مشخص میشوند .

۴-۴ پس‌ماند

نوع خاصی ازسلف غیرخطی‌مانند سلف با هسته فرومغناطیسی[۱] مشخصه‌ای دارد که « پدیده پس‌ماند[۲] » را نشان میدهد . مشخصهٔ پس‌ماند برحسب منحنی شار و جریان

۱ — Ferromagnetic - core ۲ — Hysteresis phenomenon