www.powerjam.ir

فصل دوم

مفاهیم اساسی سیستم های انرژی الکتریکی

از آنجا که برای محاسبات مختلف سیستم های قدرت، آشنائی با مدارهای AC درحالت دائمی [1] و بخصوص مدار های سه فاز ضروری می باشد، در این فصل مروری کوتاه بر مفاهیم و روابط اساسی این مدارها خواهیم داشت.

۲-۱ روابط اساسی در مدارهای سینوسی یک فاز

جریان ها و ولتاژ ها در نقاط مختلف سیستم های قدرت امواج سینوسی با فرکانس ثابت هستند، لذا چنین توابعی را بصورت فازور [2] نشان می دهیم. در اینصورت حروف بزرگ V و I فازورهای ولتاژ و جریان یعنی υ و i هستند. نمایش |V| و |I| دامنه [3] یا قدر مطلق این فازورها می باشد. حروف کوچک υ و i نشان دهنده مقادیر لحظه ای [4] ولتاژ و جریان هستند.

اگر معادلات ولتاژ و جریان یک عنصر بر حسب زمان بصورت زیر نشان داده شوند:

$$\upsilon = ۲۸۲/۴\cos(۳۱۴t + ۳۰^\circ) \quad [V]$$

$$i = ۱۴/۱۴\cos(۳۱۴t + ۶۰^\circ) \quad [A]$$

مقادیر حداکثر آنها $V_{max} = ۲۸۲/۴$ V و $I_{max} = ۱۴/۱۴$ A هستند.

1. Steady State
2. Phasor
3. Magnitude
4. Instantaneous Values

www.powerjam.ir

مقصود از دامنه این توابع مقدار موثر [1] (rms) ولتاژ و جریان است. مقدار موثر یک تابع سینوسی از تقسیم کردن مقدار حداکثر بر $\sqrt{2}$ بدست می آید. لذا داریم:

$$|V| = ۲۰۰ \text{ V} \quad , \quad |I| = ۱۰ \text{ A}$$

نمایش کمیت های v و i بصورت فازور مطابق زیر می باشد:

$$V = ۲۰۰ \angle ۳۰^\circ = ۱۷۳/۲ + j۱۰۰ \text{ V}$$
$$I = ۱۰ \angle ۶۰^\circ = ۵ + j۸/۶۶ \text{ A}$$

طبق تعریف، امپدانس یک عنصر یا یک شبکه غیر فعال با نسبت فازور ولتاژ به فازور جریان برابر است، یعنی:

$$Z = \frac{V}{I} \qquad (۲-۱)$$

مقدار Z برای یک سیم پیچ [2] (اندوکتور) $j\omega L$، برای خازن [3] (کاپاسیتور) $-j\frac{۱}{\omega C}$ و برای مقاومت اهمی برابر R می باشد. مقادیر ωL و $\frac{۱}{\omega C}$ را راکتانس [4] سیم پیچ و خازن می نامیم. راکتانس را با حرف X نشان می دهیم.

L ضریب خودالقائی سیم پیچ، C ظرفیت خازن [5] و ω فرکانس رادیانی یا زاویه ای می باشند.

برای یک عنصر یا یک شبکه غیر فعال با امپدانس Z، کمیت های مقاومت، راکتانس، ادمیتانس [6]، کندوکتانس [7] و ساسپتانس [8] مطابق زیر تعریف می شوند:

$$R = \text{Re}[Z] \qquad (۲-۲)$$

1. Effective Value
2. Inductor
3. Capacitor
4. Reactance
5. Capacitance
6. Admittance
7. Conductance
8. Susceptance

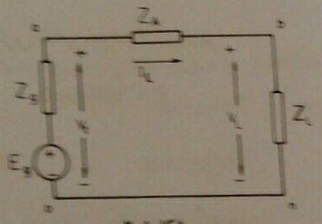
$$X = \text{Im}[Z] \qquad (۲-۳)$$

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{۱}{Z} \quad \text{ادمیتانس} \qquad (۲-۴)$$

$$G = \text{Re}[Y] \quad \text{کندوکتانس} \qquad (۲-۵)$$

$$B = \text{Im}[Y] \quad \text{ساسپتانس} \qquad (۲-۶)$$

برای ولتاژ تولید شده (نیروی محرکه الکتریکی) بجای V بهتر است از حرف E استفاده شود. در شکل (۲-۱) یک مدار AC نشان داده شده است. در این شکل E_g نیروی محرکه الکتریکی [1] ژنراتور است. ولتاژ بین نقطه a و o یا V_t و ولتاژ بین نقطه b و n یا V_L مشخص شده است.



شکل ۲-۱

جریان مدار از رابطه زیر بدست می آید.

$$I_L = \frac{V_t - V_L}{Z_g} \qquad (۲-۷)$$

ولتاژ V_t نیز بر حسب E_g و I_L از رابطه زیر تعیین می گردد:

$$V_t = E_g - Z_g I_L \qquad (۲-۸)$$

۲-۲ قدرت در مدارهای سینوسی یک فاز

قدرتی که در هر لحظه توسط یک عنصر یا یک شبکه غیر فعال جذب می شود برابر

1. Electromotive Force

www.powerjam.ir

است با حاصلضرب ولتاژ لحظه ای دو سر آن عنصر یا شبکه در جریان عبوری آن. اگر ولتاژ و جریان بترتیب بر حسب ولت و آمپر باشند، قدرت بر حسب وات بدست می آید. چنانچه معادلات υ و i مطابق زیر مشخص شده باشند:

$$\upsilon = V_{max}\cos\omega t \quad , \quad i = I_{max}\cos(\omega t - \Phi)$$

قدرت لحظه ای[1] جذب شده برابر است با:

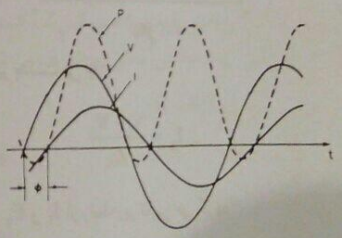
$$P = \upsilon i = V_{max}I_{max}\cos\omega t\cos(\omega t - \Phi) \qquad (۲-۹)$$

قدرت متوسط[2] P، در یک زمان تناوب[3]، $T = \frac{۲\pi}{\omega}$ برابر است با:

$$P = \frac{۱}{T}\int_{۰}^{T} p\,dt = \frac{۱}{۲}V_{max}I_{max}\cos\Phi \qquad (۲-۱۰)$$

چنانچه مقادیر موثر را جایگزین مقادیر حداکثر کنیم داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi \qquad (۲-۱۱)$$



شکل ۲-۲ ولتاژ، جریان و قدرت در مدار یک فاز

1. Instantaneous Power
2. Average Power
3. Period

در شکل (۲-۲) منحنی نمایش جریان، ولتاژ و قدرت بر حسب زمان رسم شده است. قدرت متوسط P راقدرت حقیقی[1] یا اکتیو نیز می نامند. واحد قدرت لحظه ای و قدرت متوسط وات می باشد، لیکن در سیستم های قدرت، وات واحد بسیار کوچکی است، لذا P اغلب بر حسب کیلو وات یا مگا وات بیان می شود.

کسینوس زاویه فاز Φ[2] بین ولتاژ و جریان، ضریب قدرت[3] نامیده می شود. اگر جریان از ولتاژ به اندازه Φ عقب تر باشد ضریب قدرت پس فاز[4]، و اگر جریان به اندازه Φ از ولتاژ جلوتر باشد ضریب قدرت پیش فاز[5] نامیده می شود. یک مدار اندوکتیو دارای ضریب قدرت پس فاز و یک مدار کاپاسیتیو دارای ضریب قدرت پیش فاز است. در یک مدار اهمی خالص ضریب قدرت برابر یک می باشد.

با توجه به رابطه (۲-۱۱) می توان نوشت:

$$P = \mathrm{Re}\left[VI^*\right]$$

کمیت های VI^* و $\mathrm{Im}\left[VI^*\right]$ نیز از اهمیت خاصی برخوردار هستند که آنها را بترتیب قدرت مختلط[6] و قدرت موهومی[7] یا راکتیو می نامیم.

$$S = VI^* \quad , \quad Q = \mathrm{Im}\left[VI^*\right] \qquad (۲-۱۲)$$

$$S = VI^* = |V||I|e^{j\Phi} = P + jQ$$

$$Q = |V||I|\sin\Phi \qquad (۲-۱۳)$$

بدیهی است که P و Q دارای دیمانسیون مشابهی هستند، اما معمولاً برای Q واحد Var بکار

1. Real Power
2. Phase Angle
3. Power Factor
4. Lagging Power Factor
5. Leading Power Factor
6. Complex Power
7. Reactive Power

www.powerjam.ir

می رود. کمیت $|S| = |V||I|$ به قدرت ظاهری[1] مدار موسوم است. در مداری که امپدانس آن $R + jX$ می باشد داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi = |I||Z||I|\cos\Phi$$

$$P = |I|^2|Z|\cos\Phi \quad , \quad Q = |I|^2|Z|\sin\Phi \qquad (۲-۱۴)$$

از آنجا که $R = |Z|\cos\Phi$ و $X = |Z|\sin\Phi$، خواهیم داشت:

$$P = |I|^2 R \quad , \quad Q = |I|^2 X \qquad (۲-۱۵)$$

با تقسیم کردن رابطهٔ (۲-۱۳) بر (۲-۱۱) داریم:

$$\tan\Phi = \frac{Q}{P} \quad , \quad \tan\Phi = \frac{X}{R} \qquad (۲-۱۶)$$

با توجه به رابطه فوق و استفاده از روابط مثلثاتی می توان نتیجه گرفت:

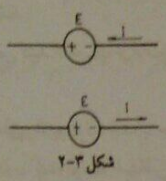
$$\cos\Phi = \frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}} = \frac{P}{|S|} \quad , \quad \cos\Phi = \frac{R}{\sqrt{R^2+X^2}} = \frac{R}{|Z|} \qquad (۲-۱۷)$$

اگر در حالت کلی مقادیر فازور ولتاژ و جریان مداری بترتیب برابر $V = |V|\angle\alpha$ و $I = |I|\angle\beta$ باشند، در صورتیکه $\Phi = \alpha - \beta > 0$ (مدار اندوکتیو)، ضریب قدرت پس فاز بوده $\cos\Phi > 0$ و $\sin\Phi > 0$ می باشند و لذا مدار مذکور قدرت راکتیو جذب می کند. در یک مدار کاپاسیتیو $\Phi = \alpha - \beta < 0$ بوده و ضریب قدرت پیش فاز می باشد و لذا قدرت راکتیو جذب شده منفی است و بمعنی این است که مدار مذکور تولید کننده قدرت راکتیو می باشد. یک مقاومت خالص فقط قدرت اکتیو $R|I|^2$ یا $|V||I|$ جذب می نماید و دارای قدرت راکتیو صفر است. سیم پیچ خالص قدرت اکتیو جذب نمی کند بلکه فقط قدرت راکتیو جذب می نماید و خازن خالص بدون مصرف قدرت اکتیو فقط قدرت راکتیو تولید می کند.

در مورد قدرت مختلط تولید شده توسط یک منبع ولتاژ ایده آل (نیروی محرکه الکتریکی) نیز باید دقت نمود که مطابق شکل (۳-۲) در صورتیکه جهت جریان از قطب مثبت

1. Apparent Power

خارج شود علامت جلوی EI^* مثبت و در غیر اینصورت منفی است.

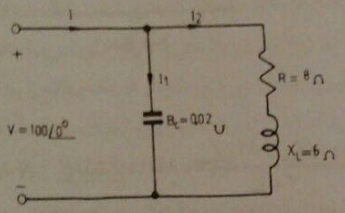


$$S = P + jQ = EI^* \qquad (۲-۱۸)$$

$$S = P + jQ = -EI^* \qquad (۲-۱۹)$$

شکل ۲-۳

مثال ۱-۲ در شکل (۲-۴) جریان هر شاخه، جریان کل و قدرت های اکتیو و راکتیو داده شده به مدار را بدست آورید.



شکل ۲-۴

حل:

$$I_1 = Y_c V = jB_c V = j0.02 \times 100\angle 0^\circ = j2 = 2\angle 90^\circ \quad A$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{100\angle 0^\circ}{8+j6} = \frac{100}{10\angle 36.9^\circ} = 10\angle -36.9^\circ \quad A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2\angle 90^\circ + 10\angle -36.9^\circ = 8.94\angle -26.5^\circ \quad A$$

$$S = VI^* = 100\angle 0^\circ \times 8.94\angle 26.5^\circ = 894\angle 26.5^\circ$$

$$= 800 + j399 \quad VA$$

$$P = 800 \ W \qquad Q = 399 \ Var$$

مثال ۲-۲ دو منبع ولتاژ ایده آل نشان داده شده در شکل (۲-۵) بعنوان ماشینهای الکتریکی ۱ و

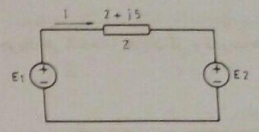
www.powerjam.ir

۲ از طریق امپدانس $Z = ۲ + j۵\Omega$ بهم متصل هستند، اگر $E_۱ = ۱۰۰ \angle ۳۰^\circ$ V و $E_۲ = ۱۲۰ \angle ۰^\circ$ V باشند:

الف) مشخص کنید کدامیک از ماشین ها بعنوان مولد و کدامیک بعنوان موتور عمل می کنند.

ب) قدرت های راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین را بدست آورید.

ج) P و Q جذب شده توسط امپدانس را محاسبه کنید.



شکل ۵-۲

حل:

الف:

$$I = \frac{E_۱ - E_۲}{Z} = \frac{۱۰۰ \angle ۳۰^\circ - ۱۲۰ \angle ۰^\circ}{۲ + j۵} = ۱۱/۱۸ \angle ۵۵/۵^\circ \quad A$$

$$S_۱ = E_۱ I^* = ۱۰۰ \angle ۳۰^\circ \times ۱۱/۱۸ \angle -۵۵/۵^\circ = ۱۰۰۹ - j۴۸۱ \quad VA$$

$$S_۲ = -E_۲ I^* = -۱۲۰ \angle ۰^\circ \times ۱۱/۱۸ \angle -۵۵/۵^\circ = -۷۵۹ + j۱۱۰۵ \quad VA$$

$P_۱ = ۱۰۰۹$ W $Q_۱ = -۴۸۱$ Var

$P_۲ = -۷۵۹$ W $Q_۲ = ۱۱۰۵$ Var

چون قدرت تولیدی ماشین ۱ برابر ۱۰۰۹W و مثبت است لذا ماشین ۱ بعنوان ژنراتور عمل می کند. همچنین قدرت تولیدی ماشین ۲، برابر ۷۵۹W- است که نشان دهنده این است که ماشین ۲ قدرت اکتیو جذب می کند و لذا یک موتور است.

ب: براساس نتایج بدست آمده ماشین ۲ قدرت راکتیو ۱۱۰۵ وار تولید و ماشین ۱ قدرت راکتیو ۴۸۱ وار مصرف می کند.

ج: اختلاف قدرتهای اکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت اکتیو جذب شده در امپدانس Z است که میزان آن برابر است با:

$$P = |I|^۲ R = ۱۱/۱۸^۲ \times ۲ = ۲۵۰ \quad W$$

ویا:

$$P = ۱۰۰۹ - ۷۵۹ = ۲۵۰ \quad W$$

بهمین ترتیب اختلاف قدرتهای راکتیو ماشین های ۱ و ۲ به سبب قدرت راکتیو جذب شده در امپدانس Z می باشد که مقدار آن برابر است با:

$$Q = |I|^۲ X = ۱۱/۱۸^۲ \times ۵ = ۶۲۴ \quad Var$$

و یا:

$$Q = ۱۱۰۵ - ۴۸۱ = ۶۲۴ \quad Var$$

۳-۲ مدارهای سه فاز

سیستم های قدرت مدارهای سه فازی هستند که معمولاً بارهای سه فاز متقارن[1] را تامین می کنند. گر چه بارهای روشنائی و موتورهای کوچک اغلب تک فاز هستند، لیکن سیستم توزیع طوری طراحی می شود که بار کل یک منطقه یا یک شین در مجموع متقارن می گردد. شکل (۶-۲) ژنراتور سه فازی با اتصال ستاره[2] را نشان می دهد که از طریق امپدانس های رابط (ترانسفورماتورها، خطوط انتقال و . . .) بار سه فاز متقارنی را تغذیه می نماید. نقاط a و b و c ترمینال های خروجی ژنراتور است.

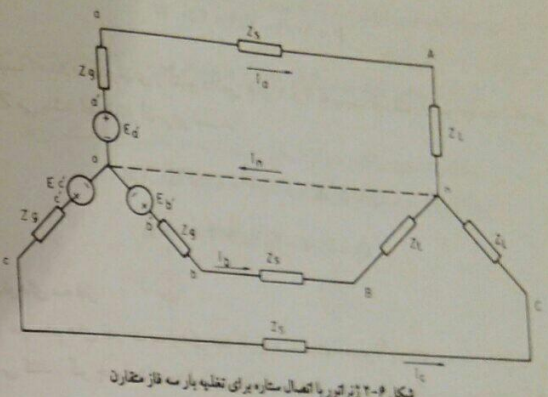
نیروی محرکه الکتریکی ژنراتور در هر فاز با امپدانس Z_g که ترکیبی از مقاومت اهمی و راکتانس القائی[3] است سری می باشد. نیروهای محرکه الکتریکی که با $E_{a'}$ ، $E_{b'}$ و $E_{c'}$ نشان داده شده اند از نظر دامنه مساوی بوده و با یکدیگر به اندازه ۱۲۰° اختلاف زاویه دارند. اگر دامنه نیروهای محرکه برابر ۲۳۰V و فاز a بعنوان مبنا[4] برای زاویه انتخاب شود داریم:

$$E_{a'} = ۲۳۰ \angle ۰^\circ \text{ V} \quad E_{b'} = ۲۳۰ \angle -۱۲۰^\circ \text{ V} \quad E_{c'} = ۲۳۰ \angle ۱۲۰^\circ \text{ V}$$

روابط فوق نشان می دهند که توالی فازها[5] abc می باشد (توالی مثبت).

1. Balanced Three - Phase Load
2. Star - Connection
3. Inductive Reactance
4. Reference
5. Phase Sequence

www.powerjam.ir



شکل ۶-۲ ژنراتور با اتصال ستاره برای تغذیه بار سه فاز متقارن

جریانهای I_a و I_b و I_c از روابط زیر بدست می آیند:

$$I_a = \frac{E_a}{Z_g + Z_s + Z_L} = \frac{V_A}{Z_L}$$

$$I_b = \frac{E_b}{Z_g + Z_s + Z_L} = \frac{V_B}{Z_L} \qquad (۲-۲۰)$$

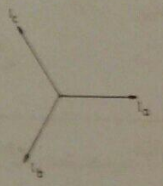
$$I_c = \frac{E_c}{Z_g + Z_s + Z_L} = \frac{V_C}{Z_L}$$

V_A و V_B و V_C ولتاژهای فازهای A و B و C در محل بار هستند. روابط فوق نشان می دهند که جریانهای I_a و I_b و I_c نیز متقارن می باشند. ولتاژ ترمینالهای ژنراتور نیز برحسب جریانهای فوق الذکر مطابق روابط زیر تعریف می شوند:

$$V_a = V_{a'} - Z_g I_a \qquad V_b = V_{b'} - Z_g I_b \qquad V_c = V_{c'} - Z_g I_c$$

و لذا نتیجه می گیریم که ولتاژهای ترمینالهای ژنراتور نیز یک سیستم سه فاز متقارن را تشکیل می دهند. در شکل (۲-۷) دیاگرام برداری جریانهای بار در یک سیستم سه فاز متقارن نشان

داده شده است. از آنجائیکه جمع سه بردار I_a و I_b و I_c برابر صفر می گردد لذا وجود یا عدم وجود سیم اتصال بین نقاط ○ و n تاثیری در سیستم نداشته و هر دو نقطه مذکور دارای پتانسیل یکسانی می باشند.



شکل ۷-۲ دیاگرام برداری جریانهای یک بار متقارن سه فاز

چنانچه بار متقارن نباشد جمع بردارها صفر نبوده و اگر سیم صفر[1] متصل نشده باشد عبور جریان I_n باعث می شود که نقاط ○ و n هم پتانسیل نباشند.

ولتاژهای خطی[2] (ولتاژ بین دو فاز) در شکل (۲-۶) V_{ab} ، V_{bc} و V_{ca} هستند. برای تعیین رابطه ای بین ولتاژهای خطی و فازی داریم:

$$V_{ab} = V_a - V_b = V_a - V_a \angle -۱۲۰^\circ = \sqrt{۳}\, V_a \angle ۳۰^\circ \qquad (۲-۲۱)$$

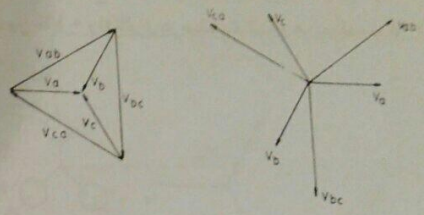
ولتاژهای خطی V_{bc} و V_{ca} نیز مطابق فوق بدست می آیند. در شکل (۲-۸) دیاگرام برداری ولتاژهای فازی[3] و خطی به دو صورت نشان داده شده است.

بعضی اوقات اتصال بار بصورت مثلث[4] می باشد. شکل (۲-۹) چنین اتصالی را نشان می دهد. جریانهای I_a و I_b و I_c خطی و جریانهای I_{ab} و I_{bc} و I_{ca} نیز فازی می باشند.

---

1. Netural Connection
2. Line - to - Line Voltages
3. Phase - to - Neutral Voltages
4. Delta Connection

www.powerjam.ir

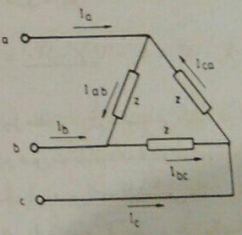


(ب) نمایش نوع دوم ولتاژها (الف) نمایش نوع اول ولتاژها

شکل ۸-۲ نمایش دیاگرام برداری ولتاژهای فازی و خطی

برای تعیین روابط بین جریانهای خطی[1] و فازی در این حالت داریم:

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = I_{ab} - I_{ab}\angle 120^\circ = \sqrt{3} I_{ab} \angle -30^\circ \qquad (۲-۲۲)$$

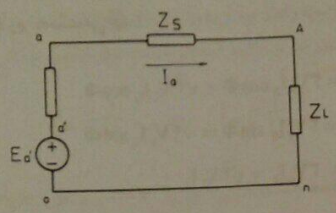


شکل ۹-۲ بار سه فاز با اتصال مثلث

جریانهای خطی I_b و I_c نیز با روش مشابهی بدست می آیند.

در حل مدارهای سه فاز متقارن لازم نیست هر سه فاز همزمان تحلیل شود بلکه کافی است یک سیم صفر با امپدانس صفر را در نظر بگیریم و سپس مدار را با اعمال قانون ولتاژهای کیرشهف برای یک فاز حل کنیم. مدار معادل یک فاز شکل (۶-۲) در شکل (۱۰-۲) رسم شده است.

1. Line Current



شکل ۱۰-۲ مدار معادل یک فاز شکل (۶-۲)

بعد از حل مدار تک فاز برای فاز a و تعیین جریان I_a، جریانهای I_b و I_c به این ترتیب بدست می آیند که دامنه آنها برابر دامنه I_a و زاویه فاز آنها بترتیب ۱۲۰° عقب تر و ۱۲۰° جلوتر از زاویه فاز I_a می باشند. ولتاژهای نقاط مختلف نیز بهمین ترتیب بدست می آیند.

چنانچه بار دارای اتصال مثلث باشد برای استفاده از مدار معادل یک فاز باید آنرا به اتصال ستاره تبدیل نمود. اگر امپدانس بار متقارنی در اتصال مثلث Z_Δ و در اتصال ستاره معادل آن $Z_\curlywedge$ باشد داریم:

$$Z_\curlywedge = \frac{1}{3} Z_\Delta \qquad (۲-۲۳)$$

۲-۴ قدرت در مدارهای سه فاز

در یک مدار سه فاز متقارن، قدرت تولید شده توسط یک ژنراتور یا قدرت جذب شده توسط بار برابر است با سه برابر قدرت یک فاز.

برای یک بار ستاره اگر دامنه ولتاژ فازی و دامنه جریان فازی را بترتیب با V_P و I_P نشان دهیم:

$$V_P = |V_a| = |V_b| = |V_c|$$
$$I_P = |I_a| = |I_b| = |I_c|$$

قدرت سه فاز P از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = 3 V_P I_P \cos\Phi \qquad (۲-۲۴)$$

در این رابطه Φ زاویه جلو افتادگی ولتاژ فازی نسبت به جریان فازی می باشد. چنانچه دامنه

www.powerjam.ir

ولتاژ خطی را با V_L دامنه جریان خطی را با I_L نشان دهیم قدرت اکتیو و راکتیو مصرفی بار و قدرت ظاهری از روابط زیر بدست می آیند:

$$P = 3V_pI_p\cos\Phi = \sqrt{3}V_LI_L\cos\Phi$$
$$Q = 3V_pI_p\sin\Phi = \sqrt{3}V_LI_L\sin\Phi \qquad (۲-۲۵)$$
$$S = 3V_pI_p = \sqrt{3}V_LI_L$$

اگر اتصال بار مثلث باشد $V_p = V_L$ و $I_p = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$ بوده و با جایگزینی این مقادیر در رابطه (۲-۲۴) به این نتیجه می رسیم که روابط (۲-۲۵) برای بار با اتصال مثلث نیز صادق است.

۲-۵ مقادیر نسبت به واحد[1]

در سیستم های قدرت معمولاً مقادیر مگاوات، مگاوار، مگا ولت آمپر، کیلو ولت، آمپر و اهم بر حسب درصد یا نسبت به واحدی از یک مقدار مبنا[2] برای هر یک از این کمیت ها بیان می شوند. استفاده از مقادیر نسبت به واحد محاسن زیر را دارد:

۱: از آنجا که قدرت ها، ولتاژ ها و جریان ها در سیستم های قدرت اعداد بزرگی هستند، کاربرد مقادیر نسبت به واحد با اعداد کوچکتر و مقادیر نسبی ملموس باعث تسلط بیشتر مهندسین سیستم ها روی این کمیت ها می گردد.

۲: تحلیل سیستم ها با وجود سطوح مختلف ولتاژ و ترانسفورماتورها بسیار ساده تر می شود.

۲-۵-۱ مقادیر نسبت به واحد در سیستم های یک فاز

طبق تعریف مقدار نسبت به واحد یک کمیت برابر است با نسبت مقدار واقعی آن کمیت به مقدار مبنای انتخاب شده برای آن کمیت. اگر برای ولتاژ در یک سیستم یک فاز مبنائی معادل ۲۳۰V انتخاب کنیم، این مقدار برابر ۱ نسبت به واحد (۱pu) و یا ۱۰۰ درصد مقدار مبنا می باشد. مقادیر دیگر بصورت نسبت به واحد یا درصدی از این مبنا مشخص می گردند.

1. Per - Unit Quantities
2. Base

مثلاً ولتاژ ۲۱۸/۵V برابر ۰/۹۵pu و ولتاژ ۲۳۹/۲۷ برابر ۱/۰۴pu خواهند بود.

اگر V_b و I_b بترتیب ولتاژ مبنا و جریان مبنای انتخاب شده، و V و I بترتیب ولتاژ و جریان در نقطه ای از سیستم قدرت باشند (مقادیر مختلط) در اینصورت داریم:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b} \quad , \quad I_{pu} = \frac{I}{I_b} \qquad (۲-۲۶)$$

از آنجا که V و I اعداد مختلط هستند لذا V_{pu} و I_{pu} که مقادیر ولتاژ و جریان بر حسب نسبت به واحد (pu) هستند اعداد مختلطی بدون دیمانسیون می باشند. مثلاً اگر ولتاژ مبنا ۲۳۰V باشد و ولتاژ $218/5\angle 30^\circ V$ برابر $0/95\angle 30^\circ pu$ خواهد بود.

$$218/5\angle 30^\circ V = \frac{218/5}{230}\angle 30^\circ pu = 0/95\angle 30^\circ \ pu$$

ولتاژ مبنا معمولاً بر حسب KV و جریان مبنا بر حسب آمپر انتخاب می شوند. اگر V_b I_b بترتیب ولتاژ مبنا (KV) و جریان مبنا (A) باشند قدرت مبنا (S_b) بر حسب KVA و MVA برابر است با:

$$S_b = V_bI_b \qquad KVA$$
$$= 10^{-3}V_bI_b \qquad MVA \qquad (۲-۲۷)$$

قدرت مبنا معمولاً بر حسب MVA در نظر گرفته می شود. اگر قدرت مختلط در نقطه ای از سیستم برابر S باشد داریم:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{P+jQ}{S_b} = \frac{P}{S_b} + j\frac{Q}{S_b} = P_{pu} + jQ_{pu}$$

و لذا مبنای قدرت های اکتیو و راکتیو نیز همان S_b می باشد. مثلاً اگر قدرت مبنا ۱۰۰MVA باشد قدرت اکتیو ۸۰MW معادل ۰/۸pu خواهد بود.

امپدانس مبنا Z_b بر حسب V_b ، I_b و S_b از رابطه زیر تعیین می شود:

$$Z_b = \frac{V_b}{I_b} = \frac{V_b}{\frac{S_b}{V_b}} = \frac{V_b^2}{S_b} \quad \Omega$$

www.powerjam.ir

در این رابطه V_b بر حسب ولت، I_b بر حسب آمپر و S_b بر حسب ولت آمپر می باشند.
اگر V_b بر حسب KV و S_b بر حسب MVA جایگزین شوند از رابطه زیر باز هم Z_b بر حسب اهم بدست می آید:

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \qquad (۲-۲۸)$$

بسیاری از روابط مورد عمل سیستم ها بر حسب مقادیر نسبت به واحد نیز صادق است. مثلاً برای ولتاژ و قدرت مختلط در یک نقطه از سیستم داریم:

$$V_{pu} = \frac{V}{V_b} = \frac{ZI}{Z_b I_b} = \frac{Z}{Z_b}.\frac{I}{I_b} = Z_{pu} I_{pu}$$

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{VI^*}{V_b I_b} = \frac{V}{V_b}.\frac{I^*}{I_b} = V_{pu} I^*_{pu}$$

انتخاب دو مقدار مبنا از چهار کمیت V_b ، I_b ، S_b و Z_b کفایت می کند و دو مقدار مبنای دیگر قابل محاسبه هستند. معمولاً ولتاژ مبنا بر حسب KV و قدرت مبنا بر حسب MVA انتخاب می شوند. سپس جریان مبنا بر حسب آمپر و امپدانس مبنا بر حسب اهم از روابط زیر تعیین می گردند:

$$I_b = \frac{S_b}{V_b} \times ۱۰^۳ \qquad Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \qquad (۲-۲۹)$$

۲-۵-۲ مقادیر نسبت به واحد در سیستم های سه فاز

در سیستم های سه فاز کمیت های اصلی مورد بحث از دیدگاه مقادیر نسبت به واحد عبارتند از:

۱- قدرت سه فاز بر حسب مگا ولت آمپر MVA
۲- ولتاژ خطی بر حسب کیلوولت KV
۳- جریان خطی بر حسب آمپر A
۴- امپدانس معادل یک فاز بر حسب اهم Ω

قدرت مبنای سه فاز S_b بر حسب مگا ولت آمپر و ولتاژ مبنای خطی V_b بر حسب کیلو ولت بعنوان مقادیر اولیه مبنا انتخاب می شوند. اگر $S_{b,\phi}$ و V_{p_b} بترتیب قدرت مبنای

یک فاز و ولتاژ مبنای فازی باشند، جریان مبنا بر حسب آمپر و امپدانس معادل یک فاز مبنا بر حسب اهم از روابط زیر بدست می آیند:

$$Z_b = \frac{V_{p_b}^2}{S_{b,\phi}} = \frac{\left(\frac{V_b}{\sqrt{۳}}\right)^2}{\frac{۱}{۳}S_b} = \frac{V_b^2}{S_b}$$

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} \qquad (۲-۳۰)$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{۳}V_b} \times ۱۰^۳ \qquad (۲-۳۱)$$

قدرت مختلط در هر نقطه از سیستم قدرت نیز بر حسب مقادیر نسبت به واحد مطابق زیر تعیین می شود:

$$S_{pu} = \frac{S}{S_b} = \frac{\sqrt{۳}VI^*}{\sqrt{۳}V_b I_b} = \frac{V}{V_b}.\frac{I^*}{I_b} = V_{pu} I^*_{pu} \qquad (۲-۳۲)$$

رابطه (۲-۳۲) نشان می دهد که ضریب $\sqrt{۳}$ در رابطه قدرت بر حسب ولتاژ و جریان در سیستم نسبت به واحد حذف می شود. بهمین ترتیب در مورد قدرت اکتیو یک سیستم سه فاز داریم:

$$P = |V||I|\cos\Phi \qquad (۲-۳۳)$$

در این رابطه $|V|$ و $|I|$ دامنه ولتاژ خطی و جریان بر حسب pu و P قدرت اکتیو سه فاز برحسب pu می باشند.

مثال ۳-۲ یک موتور سنکرون قدرت ۸MW را در ولتاژ ۱۳۲KV و ضریب قدرت ۰/۸ پیش فاز از یک سیستم قدرت جذب می نماید. جریان این موتور را بر حسب pu محاسبه کنید. قدرت مبنا ۱۰MVA و ولتاژ مبنا ۱۳۸KV انتخاب گردند.

حل:

$$P = ۸MW = \frac{۸MW}{۱۰MVA} = ۰/۸ \ pu$$

www.powerjam.ir

$$|V| = \frac{۱۳۲KV}{۱۳۸KV} = ۰/۹۵۶ \quad pu$$

$$V = ۰/۹۵۶ \angle ۰^\circ \quad pu$$

$$P = |V||I|\cos\Phi$$

$$۰/۸ = ۰/۹۵۶ \times |I| \times ۰/۸$$

$$|I| = ۱/۰۴۶ \text{ pu} \qquad I = ۱/۰۴۶ \angle ۳۶/۹^\circ \text{ pu}$$

۲-۶ تغییر مبنای مقادیر نسبت به واحد

بعضی اوقات امپدانس نسبت به واحد یک عنصری از سیستم قدرت در مبنائی غیر از مبنای انتخاب شده برای آن قسمت از سیستم داده می شود. چون همه امپدانس های یک قسمت از سیستم باید بر حسب امپدانس مبنای آن قسمت بیان شوند، بنابراین باید بتوان امپدانس ها را از مبنائی به مبنای دیگر تبدیل نمود. اگر امپدانس عنصری را بر حسب pu با Z_{pu} و بر حسب اهم با Z نشان دهیم داریم:

$$Z_{pu} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{Z}{\frac{V_b^۲}{S_b}} = Z\frac{S_b}{V_b^۲}$$

رابطه فوق نشان می دهد که امپدانس نسبت به واحد با قدرت مبنا نسبت مستقیم و با توان دوم ولتاژ مبنا نسبت معکوس دارد. حال اگر امپدانس این عنصر در مبنای قبلی $(V_{b_{old}}, S_{b_{old}})$ برابر $Z_{pu_{old}}$ و در مبنای جدید $(V_{b_{new}}, S_{b_{new}})$ برابر $Z_{pu_{new}}$ باشد مقدار امپدانس نسبت به واحد در مبنای جدید از رابطه زیر بدست می آید:

$$Z_{pu_{new}} = Z_{pu_{old}}\left(\frac{S_{b_{new}}}{S_{b_{old}}}\right)\left(\frac{V_{b_{old}}}{V_{b_{new}}}\right)^۲ \qquad (۲-۳۴)$$

مثال ۲-۴ راکتانس یک ژنراتور در مبنای مقادیر نامی ژنراتور ۲۵۰MVA، ۲۱KV برابر ۰/۲ pu می باشد. مبنای محاسبات سیستم ۱۰۰MVA و ۲۰KV است. راکتانس این ژنراتور را در مبنای جدید محاسبه کنید.

حل:

$$X = ۰/۲\left(\frac{۱۰۰}{۲۵۰}\right)\left(\frac{۲۱}{۲۰}\right)^۲ = ۰/۰۸۸۲ \quad pu$$

مسائل فصل دوم

۲-۱ یک منبع ولتاژ ۲۰۰ ولتی باری با امپدانس $۱۰\angle ۳۰^\circ$ اهم را تغذیه می کند.

الف) R، X، P، Q و ضریب قدرت این بار را محاسبه کنید.

ب) اگر خازنی با قدرت راکتیو تولیدی ۱۰۰۰ وار با این بار موازی شود، قدرت های اکتیو و راکتیو تولید شده توسط منبع و ضریب قدرت کل مدار را بدست آورید.

۲-۲ اگر در مثال (۲-۲) امپدانس بین دو ماشین ۱ و ۲ برابر $j۵-۲$ اهم باشد، مشخص کنید کدام ماشین بصورت مولد و کدام بصورت موتور کار می کند. همچنین قدرت راکتیو تولید شده یا جذب شده هر ماشین و قدرت جذب شده اکتیو و راکتیو توسط امپدانس رابط را بدست آورید.

۲-۳ یک موتور القائی سه فاز قدرت ۵۰ اسب بخار در ولتاژ ۴۰۰ ولت و ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز به بار می دهد و ضریب بهره آن ۹۰ درصد می باشد.

الف) قدرت مصرفی اکتیو و راکتیو و مختلط این موتور را بدست آورید.

ب) فرض کنید این موتور توسط یک منبع تغذیه ۴۰۰ ولت از طریق امپدانس $۱+j۰/۵$ اهم (در هر فاز) تغذیه می شود. ولتاژ موتور، ضریب قدرت منبع ولتاژ و بهره انتقال قدرت را بدست آورید.

۲-۴ یک موتور القائی سه فاز در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۲۲۰ ولت قدرت ۲۵ کیلو وات جذب می کند. می خواهیم خازنی با این موتور موازی کنیم تا ضریب قدرت را به ۰/۹۵ برساند. قدرت این خازن و جریان موتور را قبل و بعد از نصب خازن محاسبه کنید.

۲-۵ راکتانس یک ژنراتور سه فاز ۲۰۰مگاولت آمپر، ۲۰ کیلو ولت برابر ۰/۵pu است.

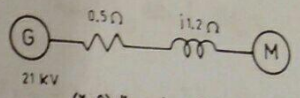
الف) مقدار این راکتانس را بر حسب اهم بدست آورید.

ب) اگر مبنای سیستم ۱۰۰MVA و ۲۲KV در نظر گرفته شود، راکتانس مذکور را در مبنای سیستم بدست آورید.

۲-۶ موتور سنکرون سه فازی با مشخصات نامی ۲۰۰MVA، ۲۰KV و راکتانس ۰/۵pu از طریق امپدانس رابط $۰/۵+j۱/۲\Omega$ مطابق شکل (۲-۱۱) به شینی با ولتاژ ثابت ۲۱KV متصل است. قدرت و ولتاژ مبنای سیستم را بترتیب ۱۰۰MVA و ۲۱KV در نظر گرفته و مدار معادل

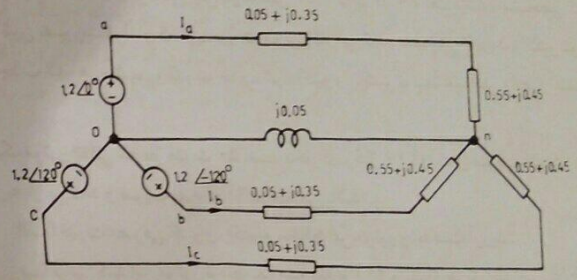
www.powerjam.ir

سیستم را بر حسب مقادیر pu نشان دهید (مدار معادل موتور سنکرون را بصورت ... روی پ
راکتانس مربوطه نشان دهید).



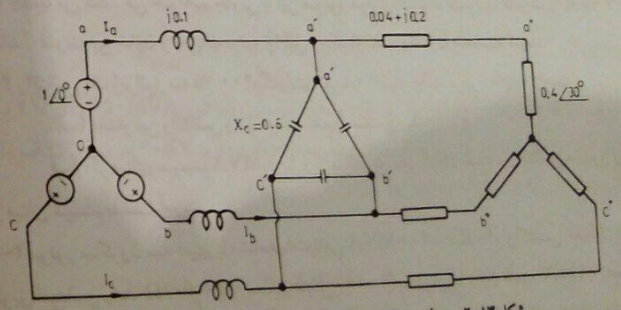
شکل ۱۱-۲ مربوط به مساله (۶-۲)

۲-۷ مدار معادل یک فاز مدار نشان داده شده در شکل (۱۲-۲) را رسم نمائید و جریانهای I_a و I_b و I_c را محاسبه کنید.



شکل ۱۲-۲ مربوط به مساله (۷-۲). مقادیر بر حسب pu مشخص شده اند.

۲-۸ جریانهای I_a و I_b و I_c و لتاژهای خطی و فازی ژنراتور را برای مدار نشان داده شده در شکل (۱۳- ۲) بدست آورید (سیستم متقارن فرض شود).



شکل ۱۳-۲ مربوط به مساله (۸-۲). مقادیر بر حسب pu مشخص شده اند.

۲-۹ شکل (۱۴-۲) ژنراتوری را نشان می دهد که از طریق خط انتقال باری را در انتهای خط تغذیه می کند. ولتاژ ابتدای خط را با V_1 و ولتاژ انتهای خط را با V_2 نشان می دهیم. امپدانس خط انتقال $Z_s = R_s + jX_s$ اهم بوده و تلفات اکتیو و راکتیو خط P_L و Q_L در مقایسه با قدرت انتقالی از خط انتقال P و Q ناچیز و در مقایسه با آنها قابل صرفنظر کردن هستند.

الف) ثابت کنید که برای P_L و Q_L بطور تقریبی روابط زیر را خواهیم داشت:

$$P_L = R_s \frac{P^2+Q^2}{|V|^2} \qquad Q_L = X_s \frac{P^2+Q^2}{|V|^2} \qquad (۲-۳۵)$$

در روابط فوق از افت ولتاژ در خط صرفنظر شده و $|V| = |V_1| = |V_2|$ در نظر گرفته شده است.

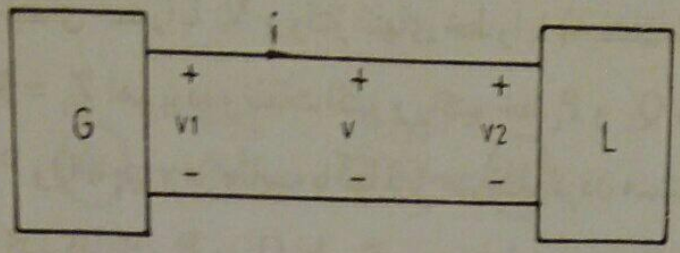
ب) اگر از P_L و Q_L در مقایسه با P و Q صرفنظر نشود و افت ولتاژ خط نیز منظور گردد در اینصورت V_1 و P_1 و Q_1 بترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو تولید شده در ابتدای خط (توسط ژنراتور) و V_2 و P_2 و Q_2 بترتیب ولتاژ، قدرت اکتیو و قدرت راکتیو انتهای خط (مصرفی بار) می باشند. چنانچه امپدانس بار $Z_L = ۸۰ + j۶۰\Omega$ و $Z_S = ۲ + j۸\Omega$ باشد ولتاژ ابتدای خط $V_1 = ۳۰\angle 0^\circ$ KV (مدار یک فاز است) مطلوبست جریان خط، ولتاژ انتهای خط V_2، افت ولتاژ خط، P_1 و Q_1 و P_2 و Q_2 و قدرت مصرف شده اکتیو و راکتیو در خط انتقال بر حسب MW و MVar.

ج) ولتاژ متوسط V_1 و V_2 را با V نشان دهید. همچنین متوسط قدرت های اکتیو و راکتیو در ابتدا و انتهای خط را بدست آورده و آنرا با P و Q نمایش دهید. سپس با جایگزینی مقادیر بدست آمده V و P و Q در روابط قسمت (الف) مساله، تلفات P_L و Q_L را بدست آورده با قسمت (ب) مقایسه کنید.

د) اگر افت ولتاژ خط را برابر $|\Delta V| = |V_1| - |V_2|$ در نظر بگیریم و آنرا خیلی کوچکتر از $|V_1|$ فرض کنیم. همچنین $|V_1| = |V|$ فرض شود، ثابت کنید که رابطه افت ولتاژ نسبی (درصد افت ولتاژ) یا رگولاسیون خط که بصورت $\frac{|\Delta V|}{|V|}$ تعریف می شود از رابطهٔ زیر قابل محاسبه است:

$$\frac{|\Delta V|}{|V|} = R_s \frac{P}{|V|^2} + X \frac{Q}{|V|^2} \ \text{pu} \qquad (۲-۳۶)$$

www.powerjam.ir



شکل ۱۴-۲ مربوط به مساله (۹-۲)

۱۰-۲ خط انتقال سه فازی در فرکانس ۵۰ Hz و با امپدانس $Z_s = ۰/۵ + j۲\Omega$ باری را در انتها تغذیه می کند. بار مذکور در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۱۰ KV قدرت ۲۰۰ KW را جذب می کند.

الف) ولتاژ ابتدای خط و قدرت های اکتیو و راکتیو تولیدی ابتدای خط را بدست آورید.

ب) اگر ولتاژ ابتدای خط ۱۰KV و بار انتهای خط دارای امپدانس $Z_L = ۱۸ + j۴۵\Omega$ با اتصال مثلث باشد، ولتاژ انتهای خط را محاسبه کنید.

ج) برای اینکه ولتاژ انتهای خط را در حالت (ب) نیز به ۱۰KV برسانیم تا افت ولتاژ خط جبران شود، سه خازن مساوی با بار بصورت ستاره موازی می کنیم. قدرت و ظرفیت این خازنها را محاسبه نمائید.

د) ولتاژ مبنا و قدرت مبنا را بترتیب ۱۰KV و ۰/۵MVA در نظر گرفته و قسمت های (الف) و (ب) و (ج) را در سیستم pu حل نمائید. و جوابهای بدست آمده را با مقادیر قبلی مقایسه کنید.