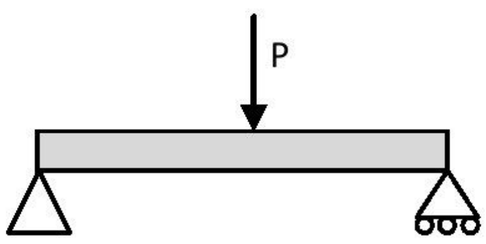
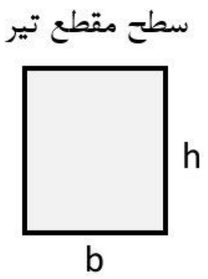
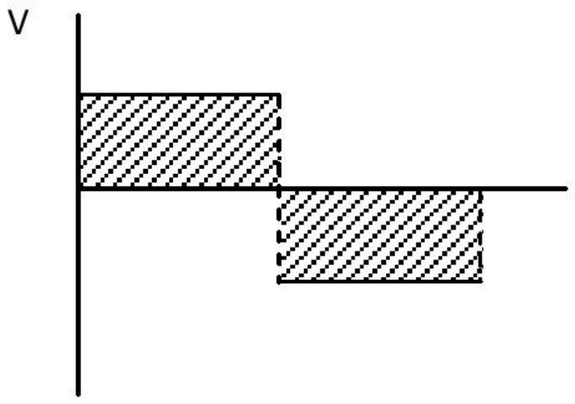
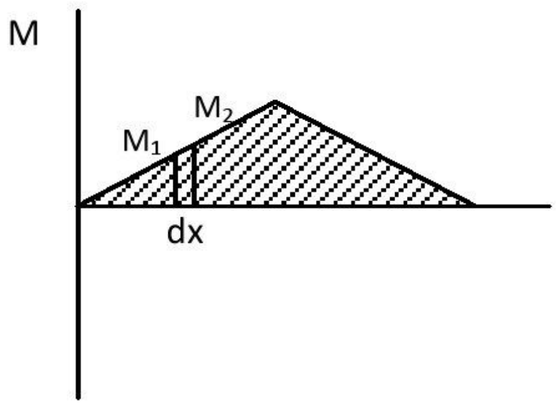
تنش‌های برشی در تیرها:

تیر زیر به سطح مقطع مستطیل را در نظر می‌گیریم که بار P بر آن وارد می‌شود:





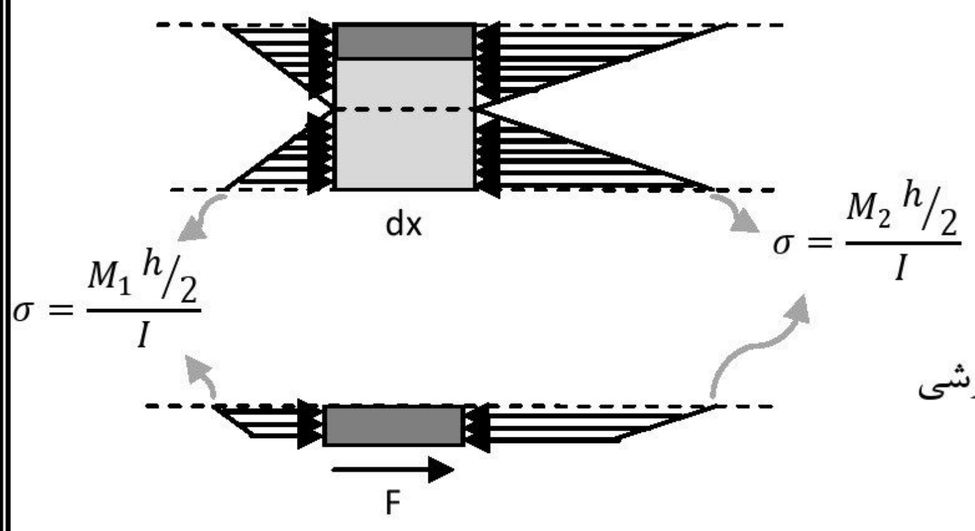




اگر طول کوچک dx را بررسی کنیم توزیع تنش‌ها به صورت زیر خواهد بود:

با توجه به نمودار خمش $M_1 \neq M_2$ و $M_2 > M_1$ است :

$$M_2 = M_1 + dM$$



اگر یک جزء از المان فوق را جدا کنیم دارای توزیع تنش به شکل زیر می‌شود :

چون کل جسم در تعادل است هر جزء از آن هم باید در تعادل باشد . نیروی برشی F به همین دلیل وجود دارد.

نیروی F از المان جداشده به سطح زیرین المان وارد می‌شود.

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad + \int_A \sigma_1 dA - \int_A \sigma_2 dA + F = 0$$

$$\rightarrow \int_A \frac{My}{I} dA - \int_A \frac{(M+dM)y}{I} dA + F = 0 \quad \rightarrow \quad F = \int_A \frac{dM\, y}{I} dA$$

Q : گشتاور اول سطح جداشده نسبت به محور خنثی :

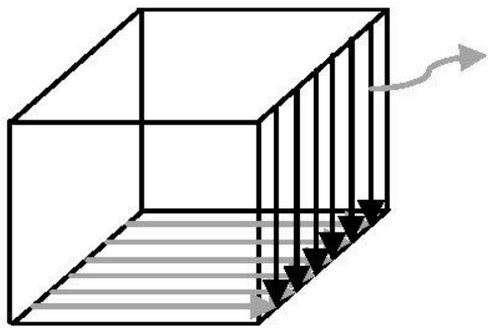
$$F = \frac{dM}{I} \int y dA = \frac{dM}{I} Q$$

از طرفی این نیروی F حاصل از تنش برشی موجود در سطح زیرین است :

$$F = \tau A = \tau(bdx)$$

$$\rightarrow \tau = \frac{dMQ}{dxbI} \qquad \text{با توجه اینکه : } Vdx = dM \quad \rightarrow \quad \frac{dM}{dx} = V$$

تنش برشی موجود در سطح زیرین که در سطح عمود بر آن نیز به همین مقدار $\tau = \frac{VQ}{bI}$ جریان دارد:



با توجه به رابطه τ و Q نتیجه می‌شود که τ و y رابطه سهمی دارد ولی در عرض ثابت است.

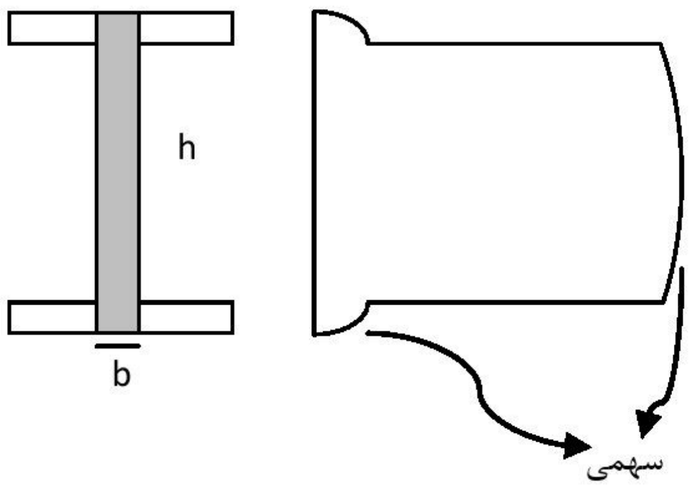
نکته: در تمام بارگذاری ها به جز در خمش خالص هم نیروی برشی وجود دارد و هم گشتاور خمشی؛ بنابراین دقت کنید که برای تحلیل تیرها هم σ_y و هم τ_y بررسی شود.

برای مثال در مستطیل τ_{max} برابر است با :

$$\tau_{max} = \frac{VQ_{max}}{bI} = \frac{V\left(b\,{}^{h}/_{2}\right)\left({}^{h}/_{4}\right)}{\frac{bh^3}{12}.b}$$

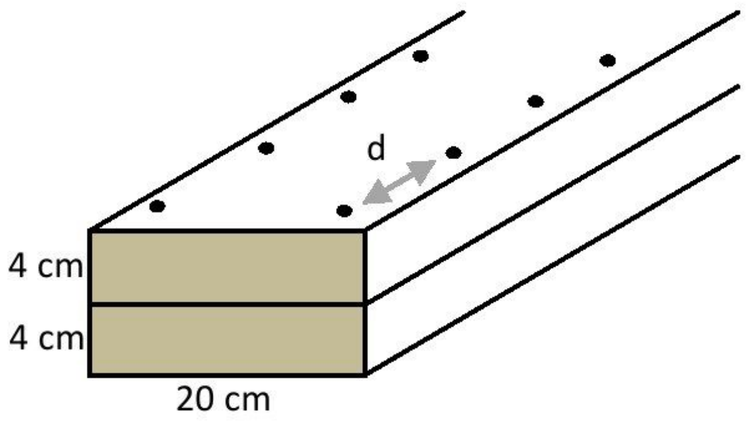
$$\tau_{max} = \frac{3}{2}\frac{V}{A}$$

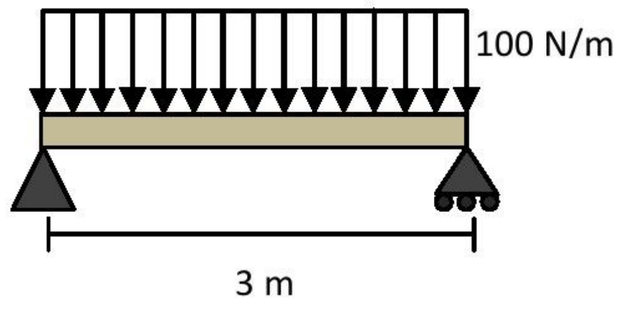
یا مثلاً در سطح مقطع تیرآهن‌ها :



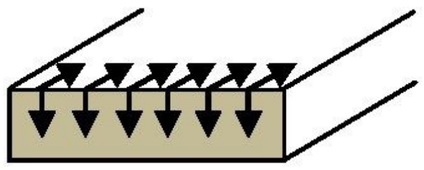
$$\tau_{ave} = \frac{V}{bh}$$

❖ ***مثال.*** *دو قطعه الوار توسط میخ‌هایی به یکدیگر متصل شده‌اند. اگر مقاومت مجاز برشی هر میخ ۳۰۰ مگاپاسکال باشد، فاصله* d *چقدر است؟*

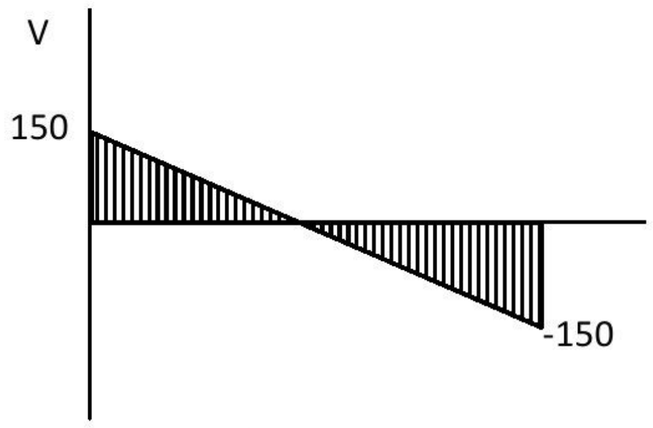




میخ‌ها در سطح مشترک دو الوار تحت نیروی برشی قرار می‌گیرند :



$$\tau = \frac{VQ}{bI} \ , \ I = \frac{bh^3}{12} = 850\ cm^4$$



$$\rightarrow \quad V_{max} = 150\ N$$

$$Q = \int_A ydA = 2 \times 8 \times 20 = 160$$

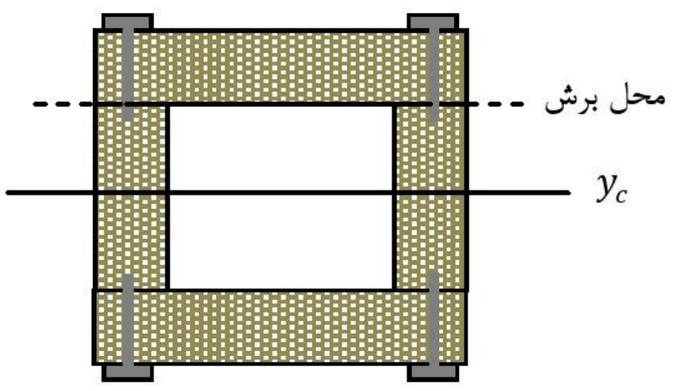
$$\tau = \frac{150 \times 160}{850 \times 20} = 1.4\ \frac{N}{cm^2} \ , \qquad F = \tau A$$

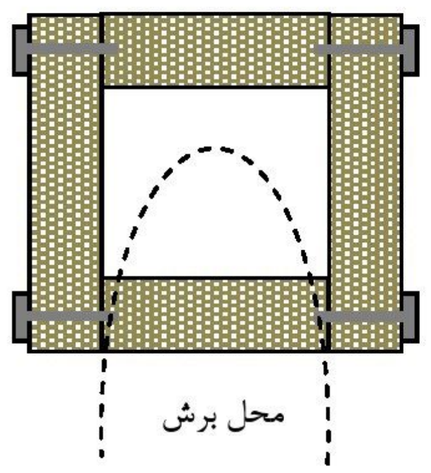
$$2 \times F = \tau \times b \times d$$

$$2 \times 300 = 1.4 \times 20 \times d \quad \rightarrow \quad d = 21.4\ cm$$

نکته: برای بدست آوردن تنش یا نیروی برشی، همواره به گونه ای برش می‌زنیم که سطح ما به دو قسمت مجزا تقسیم شود و قسمتی را که نیروی برشی‌اش را می‌خواهیم نیز قطع کند.

برای مثال برای بدست آوردن نیروی برشی در میخ‌ها می‌توان به شیوه‌های زیر برش زد :





دقت شود که در فرمول $\tau = \frac{VQ}{Ib}$ ، Q گشتاور اول سطح جداشده نسبت به مرکز جرم کل است. I ممان اینرسی کل سطح مقطع است و b عرضی است که برش زده‌ایم.