

اصول ساختمان داده ها در C++

ساختمان داده ها شاخه ای از مهندسی نرم افزار است که به مطالعه انواع ساختارهای داده و نیز الگوریتم های مربوط به آنها می پردازد.

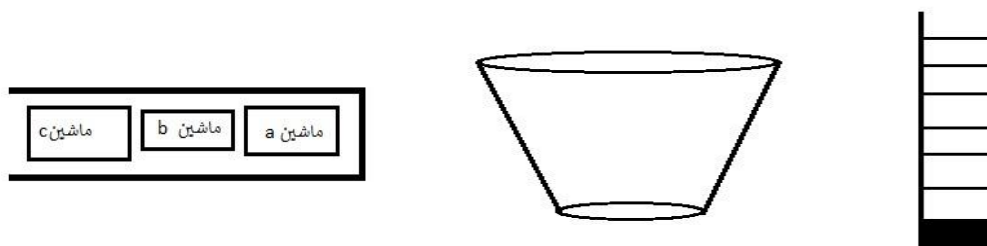


پشته^۱

ساختاری است ترکیبی که در آن درج و حذف عناصر تنها از یک سمت آن انجام می شود.

سمتی از پشته که درج و حذف عناصر از آن سمت صورت می گیرد و بالای پشته^۲ نامیده می شود. اگر $s = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ عنصر پائینی و a_n عنصر بالایی پشته است و a_{i+1} در بالای a_i قرار می گیرد.

مثال پارکینگ یکطرفه

**پیاده سازی پشته:**

A. ساختار داده که شامل موارد زیر است.

۱- مقدار ثابت Maxsize جهت تغییر حداکثر طول پشته.

۲- متغیر Top، با مقدار اولیه "1-" جهت مشخص کردن اندیس عنصر بالای پشته

۳- آرایه ای به طول Maxsize که آن را Stack می نامیم. به عنوان مثال آرایه از نوع صحیح :

```
int Maxsize = 10;
int top = -1 ;
int Stack[maxsize];
```

¹ Stack

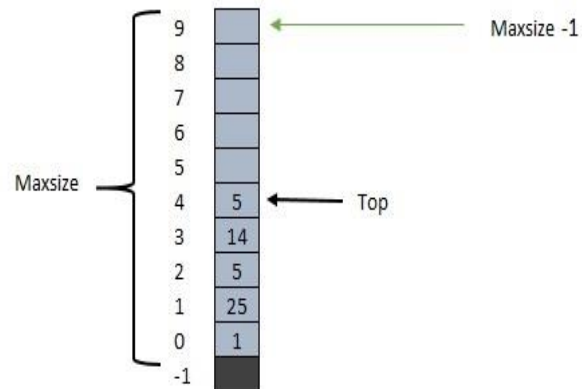
² Top of stack

B. توابع چهار گانه جهت انجام اعمال درج و حذف در پشته:

تابع `IsFull` جهت بررسی پر بودن پشته

۱- شرط پر بودن پشته این است که متغیر `Top` برابر باشد با `Maxsize-1`

```
int IsFull(){
if(Top==Maxsize-1)
return 1 ;
else
return 0;
}
```



۲- تابع `IsEmpty` جهت بررسی خالی بودن پشته:

شرط خالی بودن پشته این است که `Top` برابر 1 - باشد.

```
int IsEmpty(){
if(Top==-1)
return 1;
else
return 0;
}
```

۳- تابع `Push` برای درج عنصر `x` در پشته است.

ابتدا یک واحد به متغیر `Top` اضافه می شود سپس مقدار `x` را در موقعیت جدید اضافه میکند

```
void Push(int x)
{
if (Isfull())
cout<<"stack is full. " ;
else
Stack [++Top]=x;
}
```

۴- تابع Pop جهت انجام عمل حذف از پشته :

ابتدا باید عنصر های پشته یعنی `Stack[Top]` را در متغیر مرجع `x` قرار داد.
سپس باید `Top` را یکی کاهش داد.

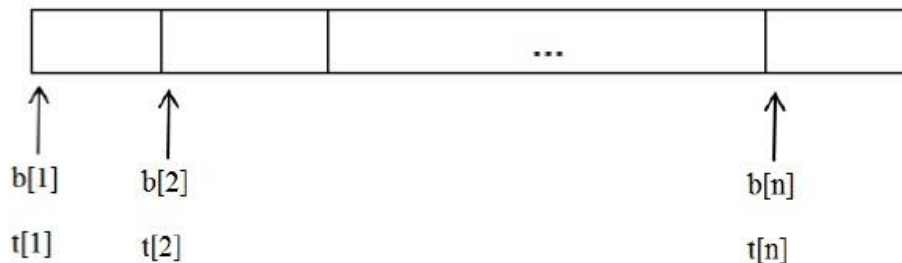
```
void Pop(int &s)
{
    if(IsEmpty())
        cout << "Stack is Empty " ;
    else
        x = Stack[Top--];
    return x ;
}
```

متغیر ورودی `&x`، متغیر نوع مرجع نام دارد و مانند ارسال ارجائی پارامتر ها به تابع است `x` یک متغیر

صحیح بوده و `&x` آدرس متغیر `x` در حافظه است.

پشته چند گانه

ولی اگر بیش از دو پشته در یک آرایه پیاده سازی شود، در این حالت روش قبلی قابل اجرا نیست. در این حالت برای ساخت n پشته در آرایه $S[1...m]$ ، آرایه را n قسمت می کنیم. برای هر پشته i ، $b[i]$ به پایین ترین عنصر و $t[i]$ به بالاترین عنصر اشاره می کند و اگر $b[i]=t[i]$ باشد آنگاه پشته i ام خالی است.



کاربرد های پشته

✓ فراخوانی توابع در برنامه

✓ ارزیابی عبارت محاسباتی و منطقی

✓ تبدیل مبنای عدد

✓ تشخیص تقارن در پشته ها

روش های مختلف نمایش عبارات محاسباتی و ریاضی :

۱. روش میانوندی یا infix : در این روش هر عملگر بین عملوندهای خود قرار می گیرد. مثل $a+b$

۲. روش پسوندی یا postfix : در این روش هر عملگر بعد از عملوند های خود قرار می گیرد مثلاً

نمایش پسوندی برای عبارت $a*b$ به صورت ab^* میباشد.

۳. روش پیشوندی یا prefix : در این روش عملگر قبل از عملوند های خود قرار می گیرد به عنوان مثال

ab^* نمایش پیشوندی برای عبارت $a*b$ است

مثال

عبارت میانوندی $a*b/c$ را به صورت پسوندی و پیشوندی نمایش دهید.

postfix : $ab^*c/$

prefix : $/*abc$

نشانه های عبارت میانوندی را از چپ به راست مورد بررسی قرار می دهیم:

نشانه ها عبارت اند از : عملگرها و عملوندها ، پرانتز باز و بسته و یا نشانه پایان رشته.

$a|b-c+(d*e)/f\text{'}/0'$

با توجه به نوع نشانه دیده شده حالات زیر وجود دارد:

۱. اگر نشانه عملوند است مستقیم به خروجی فرستاده شود.

۲. اگر نشانه پرانتز بسته است عناصر پشته را تا رسیدن به اولین پرانتز به خروجی می فرستیم.

۳. اگر نشانه پرانتز باز است بلا فاصله آن را در بالای پشته درج کنیم

۴. اگر نشانه عملگر است عملگر جدید را با عملگر بالای پشته (در صورت وجود) مقایسه میکنیم

که دو حالت زیر پیش خواهد آمد:

الف) اگر پشته خالی باشد یا اولویت عملگر جدید بیشتر باشد عملگر در پشته درج شود.

ب) اگر عملگر جدید دارای اولویت برابر یا پایین باشد عناصر پشته را تا رسیدن به پرانتز باز و یا عملگری که اولویت آن از اولویت آن از اولویت عملگر جدید پائین تر است خارج کنیم و به خروجی ارسال کنیم سپس عملگر جدید را در پشته درج نمائیم.

مثال

تبدیل عبارت میانوندی

$a*(b+c)/d$

خروجی	پشته	نشانه
a	*	a
a	*	*
a	*((
a b	*(b
a b	*(+	+
a b c	*(+	c

abc+	*()
abc=*	/	/
abc+*d	/	d

الگوریتم ارزیابی یک عبارت پسوندی: منظور از ارزیابی یک عبارت محاسبه حامل آن به ازای مقادیر عملوندهای آن است.

۱. نشانه های عبارت را از چپ به راست مورد بررسی قرار دهیم.

۲. با توجه به نوع نشانه سه حالت وجود دارد:

الف) اگر نشانه عملوند است آن را در بالای پشته درج کنیم

ب) اگر نشانه یک عملگر است در این صورت با توجه به اینکه عملگر دو عملوندی یا تک عملوندی باشد به ترکیب دو یا یک نشانه از پشته خارج شده به عملگر مورد نظر بر روی آنها اعمال شود نتیجه در پشته درج می شود.

ج) نشانه کاراکتر پایان رشته است. معنی آن این است که ارزیابی عبارت به پایان رسیده است.

در این حالت پشته باید تنها دارای یک مقدار باشد که جواب مسئله است. با pop نمودن این مقدار باید پشته خالی شود.

نحوه ارزیابی عبارت پسوندی: $ab/c-de*+ac*-$ با توجه به الگوریتم بیان شده محاسبه کنید:

راهنمایی: فرض کنید هر بار که مقداری را محاسبه می کنیم آن را در متغیر T ذخیره می کنیم.

نکته

در موقع پوش کردن باید عنصر مشخص باشد X مقدار اصلی آن آدرس آن چیست ولی در پاپ کردن لازم نیست آخرین عنصر خودش ظاهر می شود.

پشته	عملگر	نوع	نشانه
a	push (a)	عملوند	a
ab	push (b)	عملوند	b
T ₁	Pop = x ₂ = b	عملگر	/
	Pop = x ₁ = a		
	T ₁ = a/b		
	Push = (T ₁)		

اولویت عملگرها

۱- ()

۲- not و توان و - (قرینه)

۳- and و mod و div و / و *

۴- or و - و +

۵- > و >= و < و <=

مثال: ترتیب عملیات در عبارت زیر را مشخص نمایید.

$$a + b * c^a - b/c$$

جواب:

$$((a + (b * (c^a))) - (b/c))$$

تبدیل عبارت میانوندی به پسوندی و پیشوندی

- ۱- ابتدا عبارت را طبق اولویت پرانتز گذاری کنید.
- ۲- سپس برای تبدیل به پسوندی هر عملگر را به سمت راست پرانتز بسته خودش منتقل کنید.
- ۳- برای تبدیل به پیشوندی هر عملگر را به سمت چپ پرانتز باز خودش منتقل کنید.
- ۴- سپس پرانتزها را حذف کنید.

مثال: فرم پسوندی و پیشوندی عبارت میانوندی زیر را بیابید.

$$a + b * c^a - b/c$$

جواب:

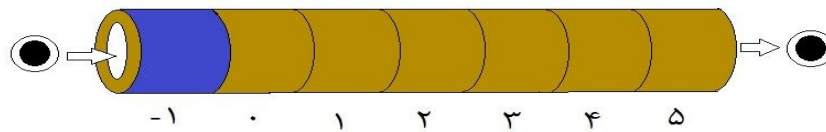
$$\left((a + (b * (c^a))) - \left(\frac{b}{c}\right) \right)$$

فرم پسوندی:

$$abca^* + bc/-$$

فرم پیشوندی:

$$- + a * b^a ca/bc$$

صف^۳

ساختاری است ترکیبی که در آن درج عناصر از انتها و حذف آنها از ابتدا انجام می شود. ابتدا و انتهای صف به ترتیب با دو متغیر **front** و **rear** نشان داده می شود. اگر $Q = \{a_0, a_1, \dots, a_{n-1}\}$ صفی از عنصر باشد آنگاه S_0 را عنصر ابتدایی و a_{n-1} را عنصر انتهایی صف می نامند.

از تعریف چنین استنباط می شود که در صف اولین عنصری که وارد می شود، اولین عنصری است که خارج می شود به همین علت، صف را می توان به عنوان یک لیست FIFO تلقی کرد.

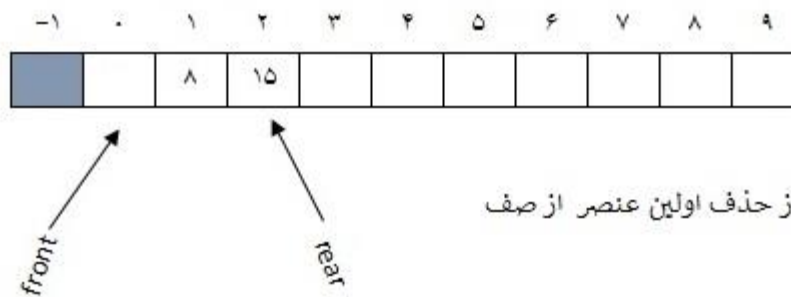
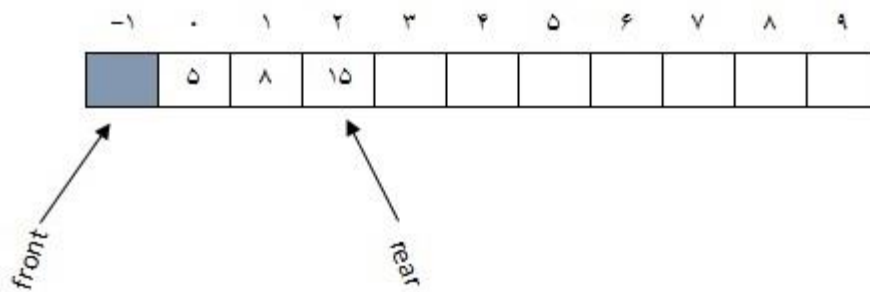
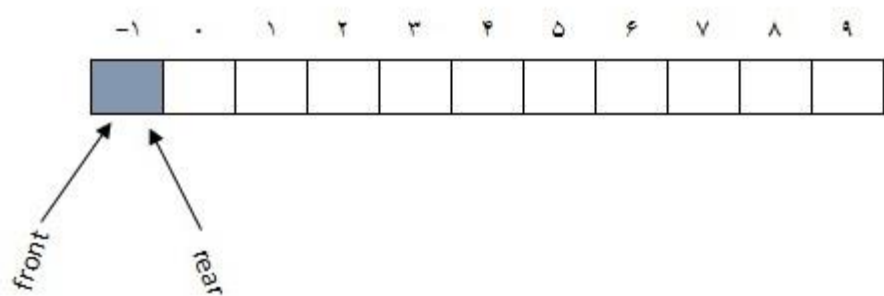
بر خلاف پشته صف ساختاری دو طرفه است، ابتدا و انتهای صف با دو متغیر **front** و **rear** نشان داده می شود. موقعیت **front** بر یک موقعیت عقب تر از یک موقعیت اولین عنصر و **rear** دقیقاً به موقعیت آخرین عنصر صف اشاره می کند.

شرط خالی بودن صف ($n=0$) عبارت است از $\text{front} = \text{rear} = -1$ باشد که شرط اولیه می باشد.

نکته

با هر عمل درج عنصر در صف یک واحد به متغیر **rear** اضافه می شود و با هر عمل حذف عنصر یک واحد به متغیر **front** اضافه می شود.

³ Queue



بعد از حذف اولین عنصر از صف

مقایسه پشته و صف

۱. هر دو ساختارهای ترکیبی داشته و حالت ویژه ای از آرایه هستند.
۲. پشته از حالت ^۴LIFO و لی صف از حالت ^۵FIFO می باشد.
۳. پشته لیستی یک طرفه و لی صف لیستی دو طرفه می باشد.
- ۴.

^۴ Last In First Out (LIFO)

^۵ First In First Out (FIFO)

پیاده سازی صف

A- تعریف ساختار داده که شامل موارد زیر است:

- مقدار ثابت Maxsize جهت تعیین حداکثر طول صف.
- دو متغیر front , rear با مقدار اولیه (۱-) جهت مشخص نمودن اندیس ابتدایی و انتهایی صف
- آرایه به طول Maxsize به نام Queue و از نوع صحیح

```
Const int Maxsize = 10;
int front = rear = -1 ;
Queue[Maxsize];
```

B- توابع چهار گانه زیر جهت انجام اعمال درج و حذف عنصر در صف .

۱- تابع IsFull جهت بررسی پر بودن صف

```
int IsFull(){
if ( rear == Maxsize -1 )
return 1 ;
else return 0;
```

۲- تابع IsEmpty جهت بررسی خالی بودن صف.

```
int IsEmpty( ){
if ( front == rear )
return 1 ;
else return 0;
}
```

۳- تابع add جهت درج عنصر x در انتهای صف

```
void Add (int x ){
if ( IsFull( ) )
cout << " Queue is Full." ;
else Queue[ ++rear ] = x;
}
```

۴- تابع Del جهت انجام عمل حذف از ابتدای صف.

```
void Del (int &x)
{
if ( IsEmpty() )
cout<<" Queue is Empty";
else
x = Queue[++front];
}
```

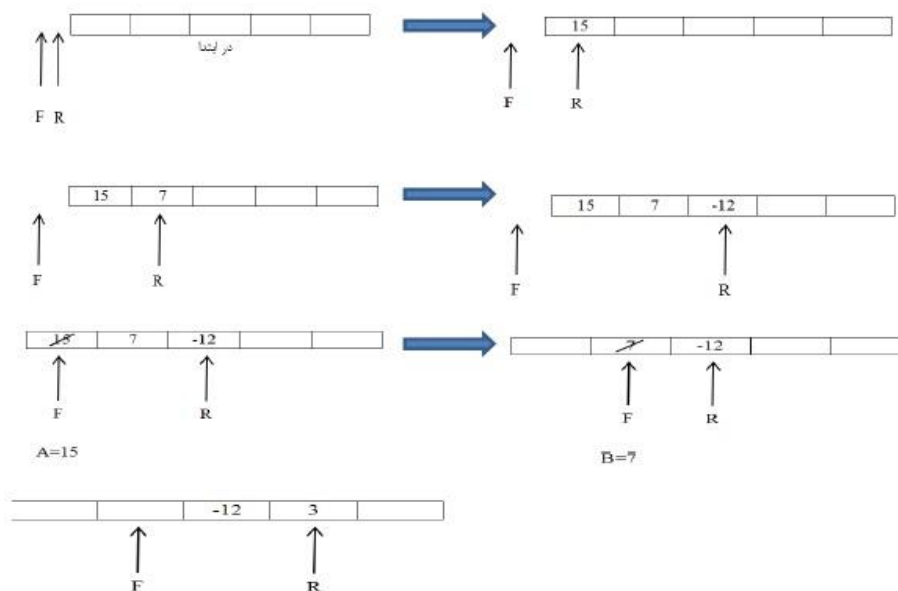
سوال: تابع Del مقدار x را چگونه به برنامه اصلی برمی گرداند؟

اول یک واحد اضافه بعد عنصر واقع در آن به x منتقل می شود. زیرا متغیر Front به یک موقعیت عقب تر از اولین عنصر اشاره می کند.

پیچیدگی زمانی الگوریتم های درج و حذف در صف دارای زمان ثابت $O(1)$ است چون برای این اعمال از دستورات شرطی و جایگزینی استفاده می شود که زمان ثابتی طول میکشد.

مثال: عملیات زیر را به ترتیب از چپ به راست روی شکل نشان دهید.

add (15), add (7), add (-12), del (A), del (B), add (3)



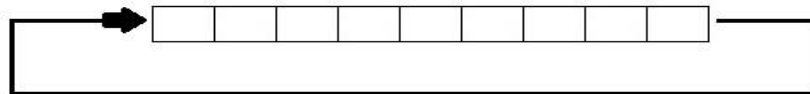
صف حلقوی^۶

صف حلقوی صفی است که در آن موقعیت های ابتدائی و انتهایی بر هم منطبق هستند.

نکته

در سطح حلقوی اگر $rear = Maxsize - 1$ باشد ولی در امتداد صف تعدادی خانه خالی وجود داشته باشد انگاه عنصر جدید در این خانه ها می تواند درج شود.

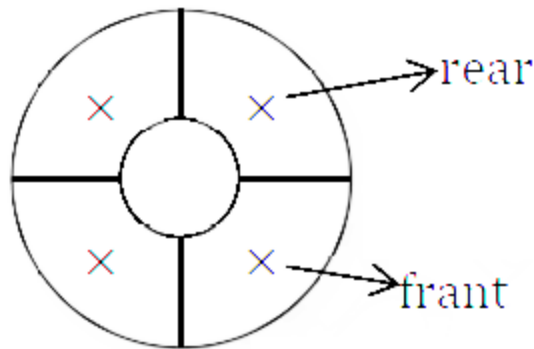
یکی از معایب صف خطی این است که با انجام عملیات حذف نقطه ابتدائی صف به تدریج به سمت راست تغییر مکان می یابد. به طوری که به تدریج مکانهای ابتدای صف بلا استفاده باقی مانده و نمی توان عنصر جدیدی در آن درج کرد. چون طبق ماهیت صف عناصر جدید نمی توانند در ابتدای صف درج گردند.



نکات زیر در سطح حلقوی قابل توجه است.

- ۱- مانند سطح خطی $front$ همیشه به یک موقعیت عقب تر از عنصر اشاره می کند.
- ۲- مانند صف خطی شرط خالی بودن صف این است که $front$ برابر $rear$ باشد
- ۳- در یک صف حلقوی به طول $maxsize$ که با حرف n هم نشان می دهند. حداکثر تعداد عناصر مجاز برابر $maxsize - 1$ است زیرا در غیر این صورت در حالتی که صف پر است تعداد عناصر برابر $maxsize$ و در نتیجه رابطه $front = rear$ است. به عبارت دیگر نمی توان تمایز بین حالات پر بودن و خالی بودن صف قائل شد که این مسئله باعث بروز مشکل در پیاده سازی توابع add و $delete$ می گردد.

⁶ Circular Queue



۴- در صف حلقوی مقادیر اولیه برای متغیرهای `front` و `rear` صفر است.

۵- در صف حلقوی بر خلاف صف خطی شرط پر بودن صف این است که $\text{front} = (\text{rear} + 1) \% \text{maxsize}$ باشد.

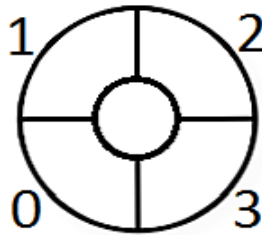
۶- در صورتی که صف پر نباشد برای عمل درج باید به متغیر `rear` یک واحد اضافه کرده و سپس باقیمانده تقسیم آن را بر `maxsize` محاسبه نمائیم حاصل محاسبه موقعیت عنصر جدید را جهت عمل درج نشان می دهد.

۷- در صورتی که صف خالی نباشد برای عمل حذف باید به متغیر `front` یک واحد اضافه کرد و پس از آن باقیمانده تقسیم آن را بر `maxsize` محاسبه نمود. حاصل محاسبه، موقعیت عنصری که باید حذف شود نشان می دهد.

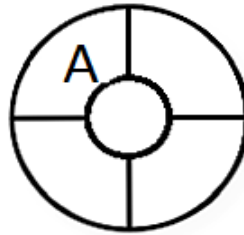
۸- هر دو عمل درج و حذف در جهت عقربه های ساعت انجام می شود.

مثال

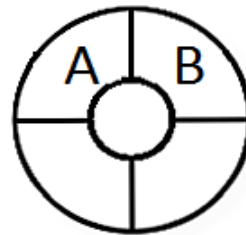
عملیات درج و حذف در یک صف حلقوی به طول حداکثر سه عنصر را نمایش می دهد دقت کنید که همیشه باید یک خانه از صف خالی باقی بماند.



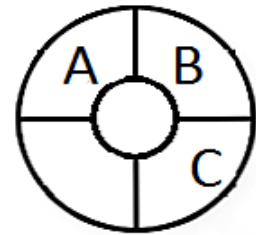
صف حلقوی خالی
 $f=r=0$



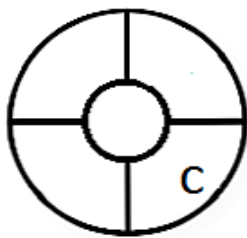
درج A
 $f=0, r=1$



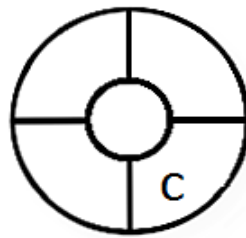
درج B
 $f=0, r=2$



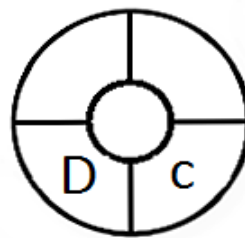
درج C
 $f=0, r=3$



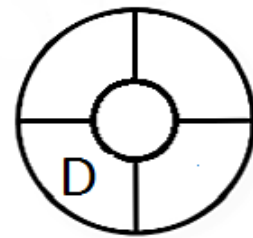
حذف A
 $f=1, r=3$



حذف B
 $f=2, r=3$



درج D
 $f=2, r=0$



حذف C
 $f=3, r=0$

حلقوی سطح در حذف و درج توابع

```
Void add (const int x)
{
    Int k =(rear+1)% maxsize;
    If (front==k)
        Cout<<"Queue is full";
    Else {rear =k ; Queue[rear]=x;}}
```

تابع Delete

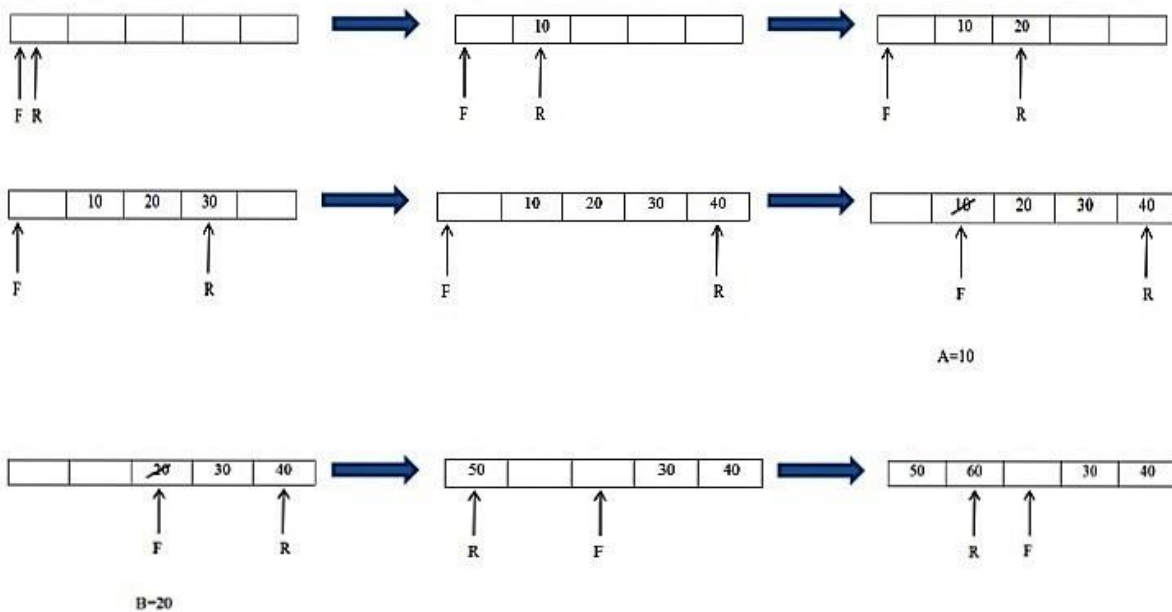
```

Void delete (int & x)
{
If (front==rear)
Cout<<"Queue is empty";
Else{front++; front%=maxsize ; X=Queue[front] ; }}

```

مثال: عملیات زیر را به ترتیب از چپ به راست روی شکل نشان دهید.

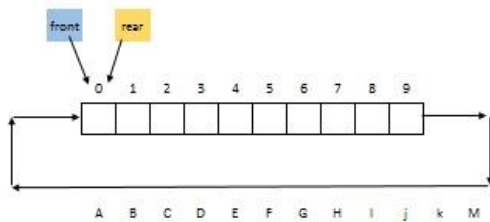
add(10) ,add(20) ,add(30) ,add(40) ,del(A) ,del(B) ,add(50) ,add(60)



کاربردهای صف

- ۱- در سیستم عامل جهت پردازش فرآیندها
- ۲- ذخیره سازی کلیدهای فشرده شده در حین اجرای برنامه ها
- ۳- در مسائل شبیه سازی جهان واقع
- ۴- در شبکه های کامپیوتری برای استفاده بهینه از منابع شبکه مثل پرینتر

مثال صف حلقوی



A									
A	B								
A	B	C							
A	B	C	D						
A	B	C	D	E					
A	B	C	D	E	F				
A	B	C	D	E	F	G			
A	B	C	D	E	F	G	H		
A	B	C	D	E	F	G	H	I	
A	B	C	D	E	F	G	H	I	
	B	C	D	E	F	G	H	I	
		C	D	E	F	G	H	I	
			D	E	F	G	H	I	
J			D	E	F	G	H	I	
J	K		D	E	F	G	H	I	
J	K	M	D	E	F	G	H	I	

front=rear				
1	add(A)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(0+1)\%10=1$	F
2	add(B)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(1+1)\%10=2$	F
3	add(C)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(2+1)\%10=3$	F
4	add(D)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(3+1)\%10=4$	F
5	add(E)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(4+1)\%10=5$	F
6	add(F)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(5+1)\%10=6$	F
7	add(G)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(6+1)\%10=7$	F
8	add(H)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(7+1)\%10=8$	F
9	add(I)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(8+1)\%10=9$	F
10	add(J)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(9+1)\%10=0$	
11	delete(x)	front++;		
		front%maxsize		
12	delete(x)	front++;		
		front%maxsize		
13	delete(x)	front++;		
		front%maxsize		
14	add(J)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(9+1)\%10=0$	F
15	add(K)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(0+1)\%10=1$	F
16	add(M)	$k=(rear+1)\%maxsize$	$k=(1+1)\%10=2$	F

غیر قابل اجرا

k	rear	front	maxsize
	0	0	10
1	1	0	
2	2	0	
3	3	0	
4	4	0	
5	5	0	
6	6	0	
7	7	0	
8	8	0	
9	9	0	
0	9	0	
0	9	1	
0	9	1	
0	9	2	
0	9	2	
0	9	3	
0	9	3	
0	0	3	
1	1	3	
2	2	3	