

# اصول ساختمان داده ها در C++

ساختمان داده ها شاخه ای از مهندسی نرم افزار است که به مطالعه انواع ساختارهای داده و تئوری الگوریتم های مربوط به آنها می پردازد.



## فصل دوم آرایه ها

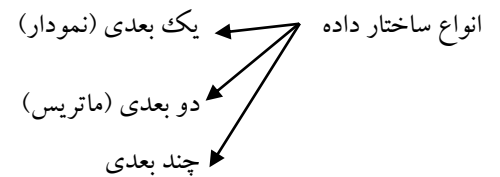
### نوع داده انتزاعی (ADT)

یک مدل ریاضی است که عملیات بر روی آن مدل تعریف شده اند هر نوع داده تشکیل از چند مقدار و مجموعه ای از عملیات بر روی آنها است . مجموعه مقادیر و عملیات یک نوع داده یک ساختار ریاضی را تشکیل می دهد که ممکن است به کمک یک ساختمان داده سخت افزاری یا نرم افزاری پیاده سازی شود.

### آرایه

آرایه ساده ترین ساختار داده ای در زبان C++ است و آرایه یک بعدی مجموعه مرتب و محدودی از عناصر هم گن است.

[ 1, 2, 3, 4, 5]



اعلان آرایه در C++ :

نوع [بعد] Name;

مثال: int A [10];

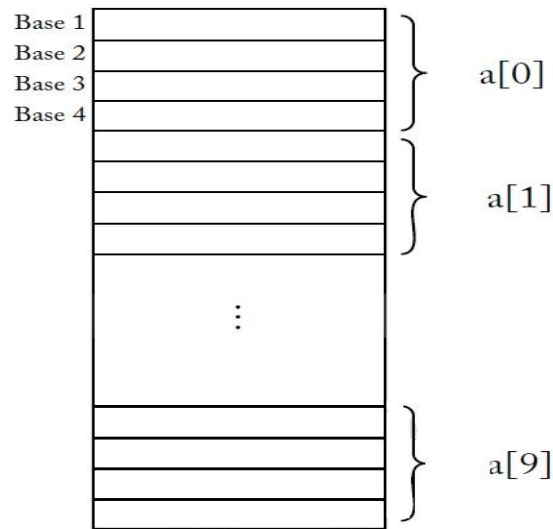
; {مقدار اولیه} = [capacity بعد] Name نوع

مثال : int B [10] = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10};

اندیس	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

<sup>1</sup> Abstract Data Type (ADT)

```
int a[ 10 ] ;
```



مثال : فرض کنید آرایه  $x$  به صورت  $\text{int } x[10]$  تعریف شده باشد و  $\text{base}(x) = 100$  باشد اگر مقدار صحیح چهار بایت را از حافظه اشغال کند آدرس  $x[3]$  چند است

$$\text{Base}(x) + i * \text{size}$$

$$= 100 + 3 * 4$$

$$= 100 + 12 = 112$$

جستجو در آرایه خطی و دودویی

جستجوی خطی: در روش جستجوی خطی آرایه را از ابتدا تا رسیدن به عنصر مورد نظر (کلید جستجو) جستجو میکنیم. به عبارت دیگر ابتدا مقدار  $\text{key}$  را با  $A_0$  مقایسه میکنیم تا انتها.

مثال :

A	a	b	c	d	e	f	g	h
---	---	---	---	---	---	---	---	---

در صورتی که  $\text{key} = A_0$  باشد آنگاه عنصر مورد نظر پیدا شده است. در غیر این صورت مقدار  $\text{key}$  را با  $A_1$  باشد آنگاه عنصر مورد جستجو پیدا شده است در غیر این صورت  $\text{key}$  را با  $A_1, A_2, \dots, A_n$  مقایسه میکنیم تا به مقدار مورد جستجو برسیم.

### نحوه نوشتن برنامه جستجوی خطی

جستجوی ترتیبی در آرایه های به کار می رود که مرتب نیستند یعنی نه صعودی با نه نزولی.

```
int search (int a[i] , const int n , int key )
```

```
{
for ( int i=0 ; i<n ; i++ )
if ( a [i] == key )
return i ;
return -1 ;
}
```

بهترین حالت  $O(1)$       حالت میانگین  $O(n/2)$       بدترین حالت  $O(n)$

## جستجوی دودویی

جستجوی دودویی تنها برای آرایه های مرتب قابل استفاده است . فرض کنید  $a=\{a_0, a_1, \dots, a_n\}$  آرایه ای به طول  $n$  باشد آرایه ای از مرتب می گوئیم که در این آرایه را مثل  $a=\{a_0, a_1, \dots, a_n\}$  مرتب می کنیم  $a_0 \leq a_1 \leq \dots \leq a_n$

### نکته

الگوریتم جستجوی خطی مبنای بسیاری از اعمال رایج بر روی آرایه است به عنوان مثال در اعمالی مانند کپی برداری از آرایه و بررسی تساوی در آرایه از روشی مشابه جستجوی خطی استفاده می شود.

فرایند جستجو دودویی به شرح زیر می باشد.

۱- عنصر وسط را پیدا کند.

۲- کلید جستجو را با عنصر وسط لیست مقایسه کند (سه حالت زیر پیش می آید )

a. مقدار جستجو با عنصر وسط برابر است . در این صورت عنصر مورد نظر پیدا شده والگوریتم خاتمه می یابد.

b. مقدار جستجو بزرگتر از عنصر وسط است . در این صورت با توجه به ترتیب صعودی عناصر لیست می توان

عمل جستجو را فقط برای نیمه راست ادامه داد .

C. مقدار جستجو کوچکتر از عنصر وسط است . در این حالت می توان عکس جستجو را فقط برای نیمه چپ ادامه داد.

۳- همین روش را برای نیمه چپ یا راست تکرار کنید.

### الگوریتم برنامه

```
int Binsearch ( int a[] , const int n , int key )
{
    int mid;
    left = 0; right = n-1 ;
    while ( left <= right )
    {
        mid = ( left + right ) / 2 ;
        if ( key == a[ mid ] ) return mid ;
        else if ( key < a[ mid ] ) right = mid-1 ;
        else left = mid+1 ;
    }
    return -1 ; }
```

**بهترین حالت  $O(1)$  بدترین حالت  $O(\log_2 n)$**

**یافتن بزرگترین و کوچکترین عنصر آرایه :**

روش کار با این روش : برای یافتن کوچکترین ابتدا اولین عنصر آرایه را به عنوان کوچکترین عنصر در نظر می گیریم و آن را در متغیری مانند min ذخیره میکنیم سپس عناصر بعدی را با متغیر min مقایسه میکنیم هر عنصری که کوچکتر از min باشد آنرا در متغیر min جایگزین میکنیم واضح است که در پایان کوچکترین عنصر در متغیر min الگوریتم برنامه به شرح زیر می باشد.

```
int findmin ( int a [] , const int n )
{
    int min = a[0]
    for ( int i=1 ; i<n ; i++ )
    if ( a [i] < min )
    min = a [i] ;
    return min ; }
```

{

### درج و حذف عناصر آرایه :

فرض کنید آرایه ای به طول  $k$  عنصر باشد و شامل  $n$  عنصر معتبر  $\{a_0, a_1, a_2, \dots, a_n\}$  باشد  
برای انجام عملیات درج و حذف در این آرایه باید نکات زیر را در نظر بگیریم.

- ۱- شرط پر بودن آرایه این است که  $n = k$  باشد که در این صورت نمی توان عمل درج دیگری در آن انجام داد
- ۲- شرط خالی بودن آرایه این است که  $n = 0$  باشد که در این صورت عمل حذف امکان پذیر نیست.
- ۳- برای درج یک عنصر در مکان  $pos$  از آرایه در صورت پر نبودن آرایه باید تمام عناصری که در مکان  $pos$  تا  $n-1$  قرار دارد یک مکان به راست انتقال یابد ، سپس عنصر جدید در مکان  $pos$  از آرایه قرار گیرد . در این عمل ، اندیس تمام عناصری که در مکان  $pos$  تا  $n-1$  قرار دارند ، یکی اضافه می شود . همچنین یک واحد به متغیر  $n$  اضافه می شود.
- ۴- برای حذف عنصری از آرایه که در مکان  $pos+1$  تا  $k-1$  قرار دارد یک مکان به چپ انتقال یابد در این عمل اندیس تمام عناصری که در مکان  $pos+1$  تا  $k-1$  قرار دارند کم می شود. همچنین یک واحد از متغیر  $n$  کم می شود.

### برای انجام عملیات درج و حذف در آرایه توابع چهارگانه زیر نیاز است:

۱ تست پر بودن آرایه : این تابع در صورت پر بودن آرایه مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار ۰ را برمیگرداند

```
int IsFull () ;
{
if ( k == n ) return 1 ;
else return 0 ;
}
```

۲ تست خالی بودن آرایه : این تابع در صورت خالی بودن آرایه مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار ۰ را بر می گرداند

```
int IsEmpty()
{
if ( n == 0 ) return 1;
```

```
else return 0 ;
}
```

۳ درج عنصر در آرایه : این تابع عنصر x را در موقعیت pos از آرایه درج می کند.

```
void Insert ( int pos , int x )
{
if ( IsFull() ) cout << " Array is full. " ;
    else if ( pos > k-1 || pos < 0 )
return ; // Invalid pos
else if ( pos > n-1 ) { a [n] = x ; n++ }
else
{
for ( int i = n-1 ; i >= pos ; i -- )
a [i+1] = a [i] ; // Shift Right
a [pos] = x ; // Insert x
} // End else
}
```

۴ حذف عنصر از آرایه : این تابع عنصری که در مکان pos از آرایه قرار دارد حذف می کند و عنصر حذفی را در متغیر x قرار می دهد.

```
void delete ( int pos , int &x )
{
if ( IsFull() ) cout << " Array is empty " ;
else if ( pos >= k-1 || pos < 0 ) return ;
else
{
x =a [pos];
for ( int i = pos + 1 ; i <= n-1 ; i ++ )
a [i+1] = a [i] ; // shift left
n-- ;
}
```

```

} // end else
}

```

## تبدیل آدرس منطقی به آدرس فیزیکی

آرایه یک بعدی

$\text{A}[1]$  آدرس عنصر:  $\text{base}(a) + i \times \text{size}$

$\text{A}[2]$  آدرس عنصر:  $100 + 2 \times 2 = 104$

$\text{Base}(a)=100$

آرایه دو بعدی

آرایه دو بعدی ساختار داده ای است که عناصر را با دو بعد شناسائی (بعد سطر و بعد ستون) می نماید و به این شکل تعریف می شود.

نوع      نام آرایه       $[m] [n]$

Int      B [3] [4];

در زبانهای برنامه نویسی عناصر آرایه های دو بعدی و بالاتر به صورت سطری یا به صورت ستونی در حافظه ذخیره می شود در زبان C++ به صورت سطری ذخیره می شود.

$\text{A}[i][j]: \text{base}(a) + i \times \text{size} \times n + j \times \text{size}$

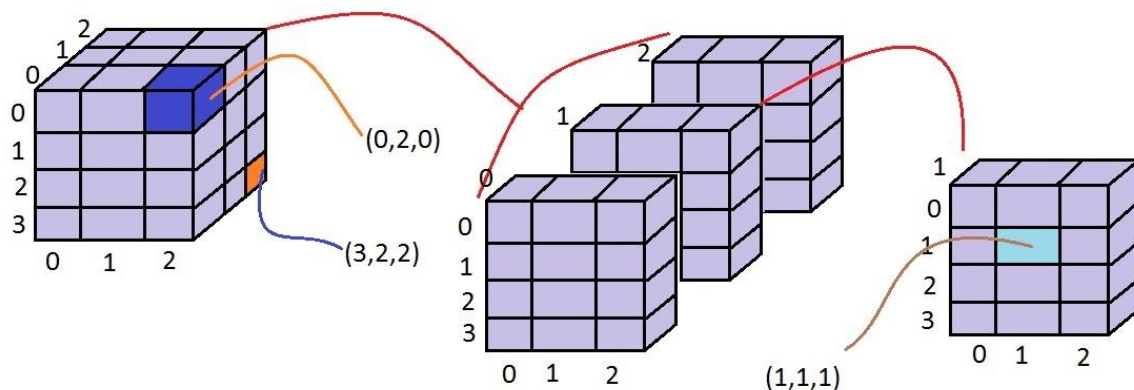
$100 + 1 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 = 108$

$\text{Base}(a) = 100$

$\text{Int size} = 2B$

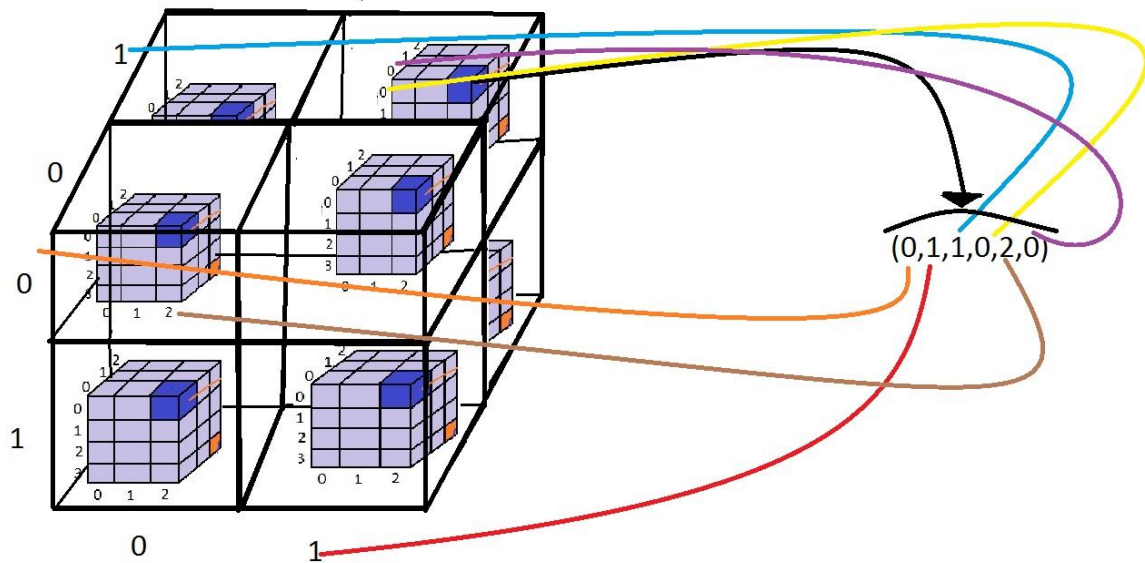
$$\begin{matrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & a & b & c \\ 1 & d & e & f \end{matrix}$$

## آرایه ای سه بعدی (۳\*۳\*۴) (۳۶درایه)





آرایه ای شش بعدی  $(2 \times 2 \times 2 \times 4 \times 3 \times 3)$  (۲۸۸ درایه)



## آرایه چند بعدی

۲	-۳	۳۳
۴	۱۱	-۵
۶	۴	۱۲
۸	۰	۳

روش ستونی

۲	۴	۶	۸	-۳	۱۱	۴	۰	۳۳	-۵	۱۲	۳
---	---	---	---	----	----	---	---	----	----	----	---

روش سطری

۲	-۳	۳۳	۴	۱۱	-۵	۶	۴	۱۲	۸	۰	۳
---	----	----	---	----	----	---	---	----	---	---	---

## ماتریس

آرایه ای دوبعدی است که در شاخه های مختلف علوم ریاضی ، فیزیک ، اقتصاد ، مدیریت و مهندسی کامپیوتر کاربرد

دارد. سوال ۱ : جمع دو ماتریس

سوال ۲ ضرب دو ماتریس اگر  $A$   $m \times n$  و  $B$   $n \times p$  باشد حاصلضرب آنها ماتریس  $m \times p$  مانند  $C$  میشود

الگوریتم ضرب دو ماتریس را بنویسید ؟

## ماتریس اسپارس<sup>۲</sup>

در بسیاری از کاربرد های علمی مانند حل معادلات خطی معادلات دیفرانسیل و مسائل برنامه ریزی خطی با ماتریس

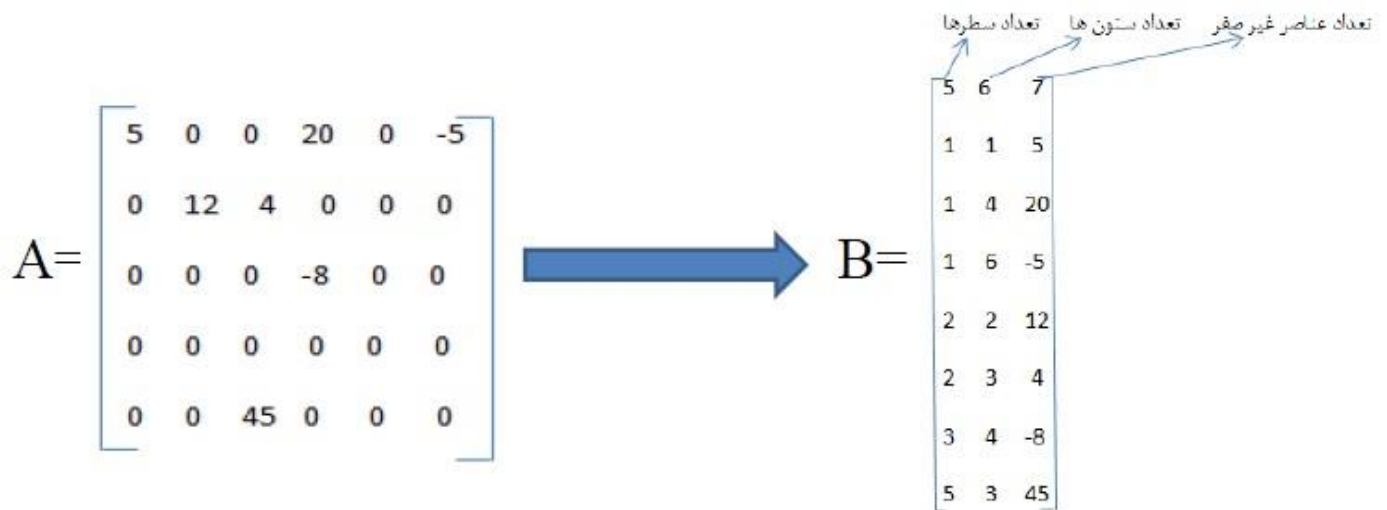
های بزرگی سر و کار داریم که تعداد زیادی از عناصرشان صفر است اینگونه ماتریس اسپارس یا خلوت می نامند.

برای رسم ماتریس نمایش اسپارس به ابعاد  $3 \times (n-1)$  که  $n$  تعداد اعداد عناصر غیر صفر است

$$\begin{array}{c}
 \begin{matrix} & 0 & 50 \\ 0 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 81 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 90 & 0 & 0 & \dots & 2 & \dots & 0 \end{bmatrix} \\ & 100 \times 100 \end{matrix}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{bmatrix} 100 & 100 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 81 & 0 & 3 \\ 90 & 50 & 2 \end{bmatrix}$$

<sup>2</sup> Spars

## ماتریس اسپارس (خلوت-Sparse)



دلیل شروع آرایه فوق از ۱ چیست ؟

ماتریس های مثلثی

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 57 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 8 & 8 & 0 \\ 5 & 7 & 6 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

برای نمایش ماتریس های مثلثی دو روش وجود دارد:

نحوه ذخیره سازی ماتریس ها مثلثی ( پایین و بالا مثلثی ) به دو شکل صورت می گیرد:

استفاده از آرایه دو بعدی

استفاده از آرایه یک بعدی و یافتن فرمولی جهت آدرس دهی

روش اول

از لحاظ مصرف حافظه بهینه نیست زیرا تقریباً نیمی از عناصر ماتریس صفر هستند که نیازی به ذخیره سازی آنها نیست و لی در این روش برای آنها حافظه اختصاص می یابد . در روش اول تعداد کل عناصر برابر است با  $n^2$  (فرض میکنیم ماتریس  $n \times n$  باشد)

$$\text{حداکثر تعداد عناصر نا صفر} = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

$$\text{حداقل تعداد عناصر صفر} = n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

## روش دوم

استفاده از آرایه یک بعدی و یافتن فرمولی برای آدرس دهی آرایه. (تمرین)

## ماتریس مثلثی

ماتریس بالا مثلثی: ماتریسی است مربعی که کلیه عناصر زیر قطر اصلی آن صفر باشد.

$$\begin{bmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 0 & 11 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ماتریس پایین مثلثی: ماتریسی است مربعی که کلیه عناصر بالای قطر اصلی آن صفر باشد.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 11 & 0 \\ 6 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

**نکته:** حداکثر عناصر غیر صفر یک ماتریس مثلثی برابر است با:  $n(n-1)/2$

### چند جمله ای

$$p(x) = a_n x_n + a_{n-1} x_{n-1} + \dots + a_1 x_1 + a_0$$

دو روش برای نمایش چند جمله ای ها وجود دارد:

۱- آرایه یک بعدی

۲- آرایه دو بعدی

### در روش اول

آرایه یک بعدی به طول  $n+1$  تعریف می کنیم و ضریب هر جمله را از چند جمله ای به شکل  $x^i$

ها در اندیس  $i$  ام از این آرایه ذخیره می کنیم

```
float p[n+1];
p(x) = 5x4 + x2 + 2x0
float p[5];
```

2	0	1	0	5
0		2		4

## در روش دوم

آرایه دو بعدی شامل دو سطر و  $n$  ستون تعریف می کنیم (  $n$  تعداد جملات عنصر صفر است )  
 سپس در سطر اول توان های جملات عنصر صفر را به ترتیب نزولی توان ها ذخیره می کنیم . پس از آن در سطر دوم ضرایب متناظر با توان های ذخیره شده را ذخیره می نمایم .

```
p(x) = 5x4 + x2 + 2
float p[2][3]
```

توان	۴	۲	۰
ضریب	۵	۱	۲

## رشته

دنباله ای متناهی از کاراکترها را رشته مینامیم . به عبارت دیگر آرایه ای از کاراکترها را رشته گویند . رشته حالت خاصی از آرایه است تعریف و عملیات برای آن نیز مشابه با آرایه انجام می شود در C++ انتهای رشته با کاراکتر خاصی بنام '0' ختم می شود . برای تعریف رشته ای به طول  $n$  به صورت زیر عمل می شود

```
char [n]; نام رشته
```

## مثال

رشته ای به طول 8 کاراکتر و با نام str ایجاد و مقدار Iran را در آن ذخیره کنید .

```
char str[8];
char str[8]="Iran";
```

I	r	a	n	\0	?	?	?
0	1	2	3	4	5	6	7

روش های مختلف تطبیق الگوهای رشته ( الگوهای مختلف تطبیق رشته ) نام برد و الگوریتم هر یک را بنویسید

```
s = "abbccbbabcbac"
```

```
fat = "abc"
```

تمرین