با سلام

دانشجویان محترم جزوه ۵ جلسه نخست برای مطالعه فرستاده می شود با توجه به وضعیت پیش آمده از اثباتها صرفنظر می شود و فقط نتایج نهایی اثباتها را مورد استفاده و توجه قرار دهید.

نادری

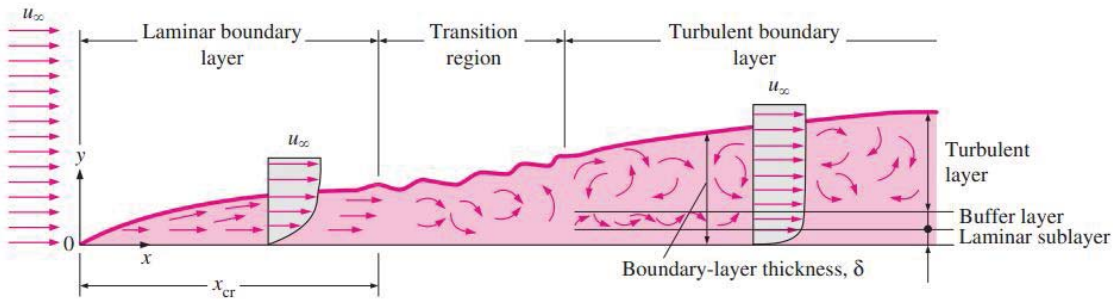
جلسه اول

فصل اول: جریان داخلی

جریان سیالها به دو نوع تقسیم می شود: ۱- جریان خارجی (External Flow) ۲- جریان داخلی (Internal Flow)

جریان خارجی

جریان خارجی جریانی است که سیال، جسم جامد را احاطه می کند بطوریکه لایه های مرزی می توانند آزادانه رشد کنند مانند جریان روی یک صفحه(شکل زیر) و جریان حول یک کره.



جریان داخلی

جریانی است که سیال توسط جسم جامد محصور شده باشد و لایه های مرزی تا مقدار معینی رشد می کنند مانند جریان در لوله (Pipe)یا جریان در یک مجرا(Duct).

در این فصل در مورد جریانهای داخلی و در فصل بعد در مورد جریانهای خارجی بحث می شود.

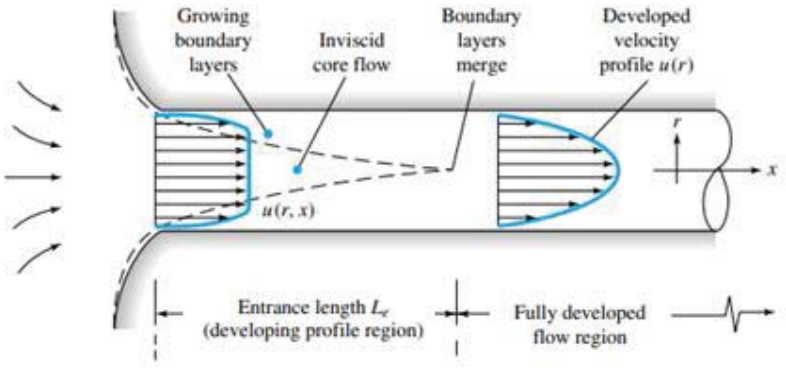
ناحیه ورودی و ناحیه کاملاً توسعه یافته(Entrance Region & Fully Developed Region)

مطابق شکل زیر جریانی را در یک لوله به شعاع r_0 یا R که سیال با سرعت یکنواخت وارد آن می شود در نظر بگیرید. هنگامی که سیال با سطح در تماس قرار می گیرد، اثرات لزجت ظاهر شده و لایه مرزی با افزایش x رشد می کند. این گسترش منجر به باریک شدن ناحیه جریان غیرلزج شده و در نهایت لایه های مرزی در محور لوله به هم می رسند بدنبال این پیوستگی اثرات لزجت در سرتاسر مقطع گسترش یافته و پروفیل سرعت با افزایش x تغییر نمی کند. به این جریان، جریان کاملاً توسعه یافته گفته می شود و فاصله ورودی تا محلی که این جریان حاصل می شود طول ورودی هیدرودینامیکی(Hydrodynamic entrance region) نام دارد که آن را با $X_{fd,h}$ یا L_e نشان می دهند. پروفیل سرعت کاملاً توسعه یافته برای جریان آرام در یک لوله سهمی شکل است. در جریان مغشوش بواسطه اختلاط مغشوش در جهت شعاع این پروفیل پهنتر است.معیار تعیین رژیم جریان عدد رینولدز است که در یک لوله بصورت زیر تعریف می شود:

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{4Q}{\pi Dv}$$

ρ چگالی، V سرعت ورودی سیال، D قطر لوله، μ لزجت دینامیکی، Q دبی حجمی و v ویسکوزیته (لزجت) سینماتیکی سیال است که خواص سیال مانند چگالی، لزجت دینامیکی و لزجت سینماتیکی را می توان از جدول خواص سیالات بدست آورد که این جدول در مجموعه جداول مهم مکانیک سیالات موجود در وبلاگ قرار دارد.

تبدیل جریان آرام به آشفته در رینولدز 2300 صورت می گیرد.



طول ناحیه ورودی برای جریانهای آرام و آشفته بترتیب از روابط زیر بدست می آید:

$$L_e \cong 0.06D\mathrm{Re}$$
$$L_e \cong 4.4D\mathrm{Re}^{\frac{1}{6}}$$

تمرین

سیالی با دمای 20 درجه سانتیگراد و دبی $700\frac{cm^3}{s}$ از لوله ای به قطر 8 سانتیمتر می گذرد. آرام یا آشفته بودن این جریان را برای سیال های هوا و آب مشخص کنید.

تمرین

نوعی روغن($SG=0.9$ و $v=0.003\frac{m^2}{s}$) درون لوله ای به قطر 4 cm جریان دارد. طول ناحیه ورودی را بر حسب متر برای دو مقدار دبی الف) $Q=0.001\frac{m^3}{s}$ و ب) $Q=1\frac{m^3}{s}$ تخمین بزنید.

آزمایش هاگن(Hagen)

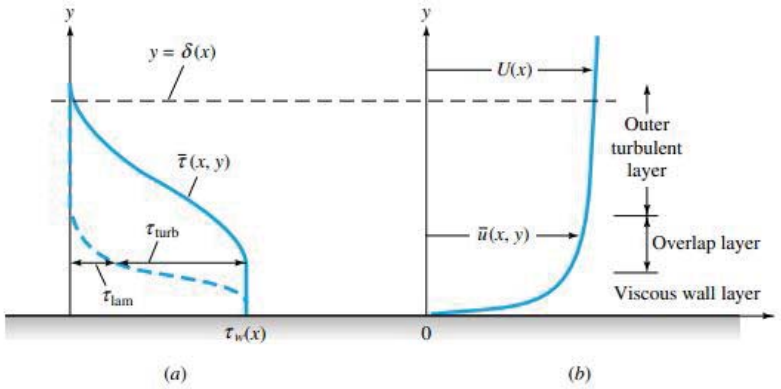
هاگن مهندس آلمانی در سال۱۸۳۹ ثابت کرد بطور کلی برای اختلاف فشار جریان آب درون یک لوله رابطه زیر برقرار است:

$\Delta P =$ (مقداری ثابت) $\frac{LQ}{R^4}+$ اثرات ورودی

همچنین در جریانهای آرام $\Delta P \propto V$ و در جریانهای آشفته $\Delta P \propto V^2$.البته در جریان آشفته توان واقعی 1.75 است.

قانون لایه مشترک لگاریتمی(Logarithmic Overlap Law)

در شکل a توزیع تنش برشی و در شکل b سه ناحیه مختلف در جریان آشفته نزدیک دیواره نشان داده شده است:



۱- لایه دیواره(Wall layer): در این لایه تنش لزجتی (تنشهای لامینار)حاکم است.

۲- لایه مشترک(Overlap layer):در این لایه هر دو نوع تنش برشی مهمند.

۳- لایه بیرونی(Outer layer):در این لایه تنش آشفته (توربولانسی) غالب خواهد بود.

حال ببینیم چگونه با معلوم بودن فاصله لایه سیال از جداره لوله می توان سرعت آن لایه سیال را بدست آورد:

ابتدا تعریف می کنیم:

$$u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$

u^* را سرعت اصطکاکی (Friction Velocity) می گویند.

در لایه دیواره($0 < \frac{yu^*}{v} \leq 5$)رابطه زیرکه به معادله قانون دیواره (Law of the wall) موسوم است،برقرار است:

$$\boxed{u = \frac{u^{*2} y}{v}}$$

و در لایه مشترک($5 < \frac{yu^*}{v} \leq 70$) رابطه زیر که به قانون لگاریتمی(Logarithmic overlap layer) معروف است،مقدار سرعت را بر حسب فاصله از دیواره بدست می دهد:

$$\boxed{u = u^*(2.5 \ln \frac{yu^*}{v} + 5)}$$

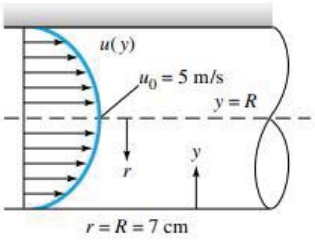
و بالاخره درلایه بیرونی($\frac{yu^*}{v} > 70$) رابطه زیر حاکم است:

$$\boxed{\frac{u_0 - u}{u^*} = 2.5 \ln \frac{R}{y}}$$

که در آن u_0 سرعت خط مرکزی لوله است.میلیکان (Millikan) در سال ۱۹۳۷ نشان داد قانون لگاریتمی بجای آنکه یک ارتباط مشترک کوتاه داشته باشد در عمل تقریبا تمامی پروفیل سرعت را تقریب می زند.

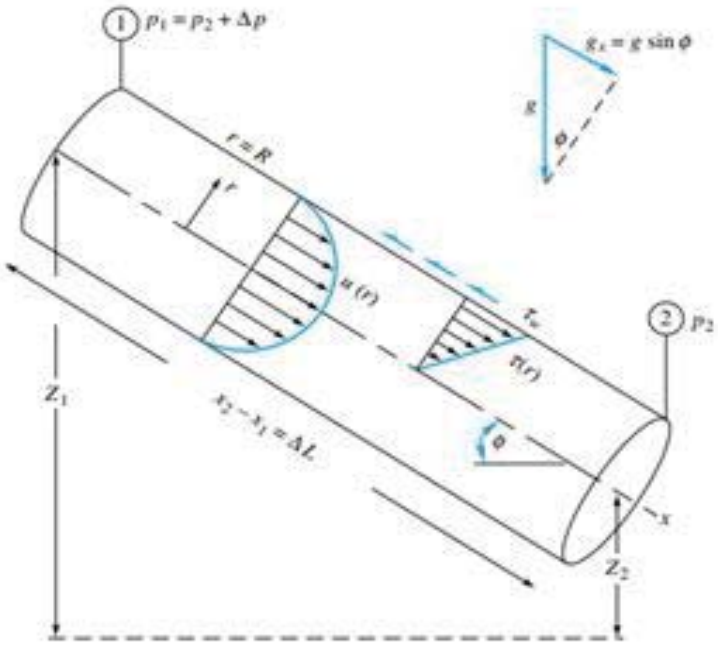
تمرین

در یک لوله به قطر14cm،هوای20C تحت شرایط کاملا توسعه یافته جاری است.اگر سرعت خط مرکزی $u_0 = 5\frac{m}{s}$ باشد، سرعت اصطکاکی u^*،تنش برشی دیواره τ_w و سرعت متوسط V را بدست آورید.



جریان در لوله دایره ای(Circular Pipe)

برای تحلیل جریان و بدست آوردن روابطی برای افت فشار در لوله ها از قوانین اساسی مکانیک سیالات استفاده می کنیم:



ابتدا معادله پیوستگی یا بقای جرم(Conservation of mass) را برای جریان می نویسیم:

(جریان دائمی در نظر گرفته می شود.)

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$$

$$\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

سطح مقطع لوله و دانسیته سیال ثابت فرض می شود:

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 \Rightarrow \boxed{V_1 = V_2}$$

از معادله پیوستگی نتیجه می شود سرعت در یک لوله با سطح مقطع ثابت و برای جریان تراکم ناپذیر، ثابت می ماند.
حال معادله اندازه حرکت(Momentum) در راستای محور لوله بصورت زیر نوشته می شود:

$$\sum F_x = \dot{m}(u_{out} - u_{in})$$

یعنی جمع تمام نیروها در راستای محور لوله برابر حاصلضرب دبی سیال در تغییرات سرعت در همان راستا است و چون سرعت تغییری نکرده است لذا سمت راست معادله برابر صفر است.

$$(\Delta P)A + \rho g \frac{\pi}{4} D^2 \Delta L \sin\phi - \tau_w \pi D \Delta L = 0$$

جمله اول نیروی ناشی از اختلاف فشار،جمله دوم نیروی وزن و جمله سوم نیروهای ناشی از تنش برشی سیال(اصطکاک) می باشد.از طرفی می دانیم:

$$\Delta L \sin\phi = \Delta z$$

در نتیجه:

$$(\Delta P)\frac{\pi}{4} D^2 + \frac{\pi}{4} \rho g D^2 \Delta z - \tau_w \pi D \Delta L = 0$$

و با ساده سازی رابطه فوق:

$$\boxed{\frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta z - \frac{4\tau_w \Delta L}{\rho g D} = 0}$$

اینک معادله بقای انرژی یا معادله برنولی(Bernoulli's equation) را می نویسیم:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_f$$

چون $V_1 = V_2$ ، $P_1 - P_2 = \Delta P$ و $z_1 - z_2 = \Delta z$ معادله فوق بصورت زیر ساده می شود:

$$\frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta z = h_f$$

با جایگذاری رابطه بدست آمده در رابطه ساده شده بقای اندازه حرکت خواهیم داشت:

$$\boxed{h_f = \frac{4\tau_w \Delta L}{\rho g D} = \frac{2\tau_w \Delta L}{\rho g R}}$$

مفهوم رابطه بدست آمده این است که هد اصطکاکی (Head loss) در یک لوله با طول لوله رابطه مستقیم و با شعاع (قطر) آن رابطه عکس دارد. به بیان دیگر هر چه طول لوله افزایش یابد، افت اصطکاکی افزایش می یابد. از طرفی با انتخاب لوله با قطر بزرگتر می توان افت اصطکاکی را کاهش داد.
آزمایشات نشان داده اند تنش برشی تابعی از دانسیته (چگالی) سیال، سرعت جریان، لزجت دینامیکی سیال، قطر و زبری لوله است یعنی:

$$\tau_w = F(\rho, V, \mu, D, \varepsilon)$$

که در آن ε ارتفاع زبری لوله است که در آینده با آن آشنا خواهید شد.با تحلیل ابعادی داریم:

$$\frac{\tau_w}{\rho V^2} = F(\mathrm{Re}_D, \frac{\varepsilon}{D})$$

ضریب اصطکاک در لوله را بصورت $f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2}$ تعریف می کنیم.پارامتر بی بعد f ،ضریب اصطکاک دارسی(Darcy) نام دارد.در نتیجه رابطه $h_f = \frac{2\tau_w \Delta L}{\rho g R}$ را بر حسب ضریب اصطکاک دارسی می توان بصورت زیر نوشت: $\boxed{h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}}$ که به آن معادله دارسی- وایسباخ (Darcy-Weisbach)می گویند و رابطه بسیار مهمی در تعیین افت اصطکاکی در جریانهای داخلی می باشد.

جلسه دوم

معادلات حرکت(Motion Equations)

معادله پیوستگی در مختصات استوانه ای بصورت زیر است:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta)+\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

که در آن

$$u,\ v_\theta,\ v_r$$

بترتیب مولفه های سرعت در راستاهای شعاعی،مماسی و محوری استوانه است.با فرض اینکه چرخش وجود نداشته باشد:

$$v_\theta=0$$

و در نتیجه:

$$\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta)=0$$

و با فرض اینکه جریان کاملا توسعه یافته باشد:

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

در نتیجه:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)=0\Rightarrow\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)=0\Rightarrow rv_r=C$$

بموجب اصل عدم لغزش در $r=R$، $v_r=0$ در نتیجه $C=0$ و لذا $v_r=0$

مفهوم رابطه بدست آمده این است که علاوه بر مولفه مماسی، مولفه شعاعی سرعت جریان داخل لوله هم صفر است و در نتیجه فقط در راستای محور لوله جریان خواهیم داشت.

معادله اندازه حرکت در مختصات استوانه ای بصورت زیر است:

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{dP}{dx}+\rho g_x+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0\quad,\quad g_x=g\sin\phi\quad,\sin\phi=-\frac{dz}{dx}$$

$$-\frac{dP}{dx}-\rho g\frac{dz}{dx}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau)=0$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau)=\frac{d}{dx}(P+\rho gz)=A$$

چون تغییرات فشار و ارتفاع در راستای محور لوله ثابت است لذا آن را برابر یک مقدار ثابت در نظر گرفته ایم.

$$\frac{dP}{dx}=cte,\frac{dz}{dx}=cte\Rightarrow\frac{d}{dx}(P+\rho gz)=A$$

سمت چپ تساوی فوق را برابر مقدار ثابت قرار داده و معادله را حل می کنیم.

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau)=A\Rightarrow\ \frac{d}{dr}(r\tau)=Ar$$

جریان آرام(Laminar Flow)

برای جریان آرام رابطه تنش برشی بر حسب گرادیان سرعت بصورت زیر می باشد:

$$\tau=\mu\frac{du}{dr}$$

$$\frac{d}{dr}(r\tau)=Ar \Rightarrow \frac{d}{dr}(r\mu\frac{du}{dr})=Ar \Rightarrow \frac{d}{dr}(r\frac{du}{dr})=\frac{Ar}{\mu} \Rightarrow r\frac{du}{dr}=\frac{Ar^2}{2\mu}+C_1 \Rightarrow \frac{du}{dr}=\frac{Ar}{2\mu}+\frac{C_1}{r} \Rightarrow$$

$$u(r)=\frac{Ar^2}{4\mu}+C_1\ln r+C_2$$

برای تعیین ثابتها از دو شرط مرزی باید استفاده کنیم.

ابتدا می دانیم در مرکز لوله سرعت نمی تواند بینهایت شود و باید مقدار محدودی(Bounded)داشته باشد و چون

$$\lim_{r\to 0}\ln r=\infty$$

لذا:

$$at \quad r=0: u \quad should \quad be \quad bounded \Rightarrow C_1=0$$

از طرفی طبق شرط عدم لغزش سرعت در جداره برابر صفر است بنابراین:

$$at \quad r=R: u=0 \Rightarrow \frac{AR^2}{4\mu}+C_2=0 \Rightarrow C_2=-\frac{AR^2}{4\mu}$$

با قرار دادن این ثابتها توزیع سرعت بصورت زیر بدست می آید:

$$u(r)=\frac{Ar^2}{4\mu}-\frac{AR^2}{4\mu}=\frac{A}{4\mu}(r^2-R^2)=-\frac{AR^2}{4\mu}(1-\frac{r^2}{R^2})$$

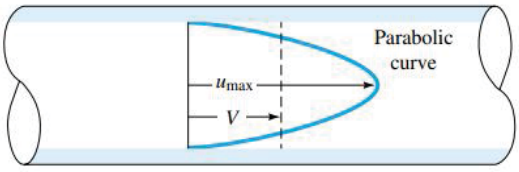
و چون $A=\frac{d}{dx}(P+\rho gz)$ لذا:

$$\boxed{u(r)=-\frac{R^2}{4\mu}\frac{d}{dx}(P+\rho gz)[1-(\frac{r}{R})^2]}$$

باید توجه داشت پروفیل سرعت بدست آمده برای جریان آرام صادق است و مشاهده می شود که این پروفیل مطابق شکل به صورت سهمی است. مقدار سرعت روی جداره ها صفر است و در مرکز لوله به ماکزیمم مقدار خود می رسد.می توان مقدار سرعت در هر لایه را بر حسب سرعت ماکزیمم بدست آورد:

$$at \quad r=0: u=u_{\max} \Rightarrow u_{\max}=-\frac{R^2}{4\mu}\frac{d}{dx}(\rho+\rho gz) \Rightarrow$$

$$\boxed{u(r)=u_{\max}[1-(\frac{r}{R})^2]}$$



سرعت متوسط یعنی میانگین سرعت تمام لایه های سیال بصورت زیر تعریف می شود:

$$V=\frac{\int udA}{A}=\frac{\int_0^R u_{\max}(1-\frac{r^2}{R^2})2\pi r dr}{\pi R^2}=\frac{1}{2}u_{\max}$$

$$\boxed{V=\frac{1}{2}u_{\max}}$$

تنش برشی هم بموجب تعریف بصورت زیر بدست می آید:

$$\tau_w = \left|\mu \frac{du}{dr}\Big|_{r=R}\right| = \left|\mu u_{\max}(-2\frac{r}{R^2})\Big|_{r=R}\right| = \frac{2\mu u_{\max}}{R}$$

$$\boxed{\tau_w = \frac{2\mu u_{\max}}{R}}$$

حال ضریب اصطکاک را محاسبه می کنیم.

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho V^2} \Rightarrow f = \frac{8(\frac{2\mu u_{\max}}{R})}{\rho V^2} = \frac{16\mu(2V)}{\rho V^2 \frac{D}{2}} = \frac{64}{\frac{\rho VD}{\mu}} = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

$$\boxed{f = \frac{64}{\mathrm{Re}}}$$

در نتیجه h_f برای جریان آرام بصورت زیر محاسبه می شود:

$$h_f = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$h_f = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{64\mu}{\rho VD}\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = \frac{32\mu LV}{\rho D^2 g} = \frac{32\mu L}{\rho D^2 g}\frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{128\mu LQ}{\rho g\pi D^4}$$

$$\boxed{h_f = \frac{32\mu LV}{\rho D^2 g} = \frac{128\mu LQ}{\rho g\pi D^4}}$$

در نتیجه اختلاف فشار در جریان آرام و در یک لوله افقی بصورت زیر خواهد بود:

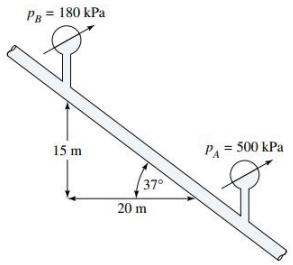
$$\Delta P = \rho g h_f \Rightarrow \Delta P = \rho g\frac{32\mu LV}{\rho gD^2} = \frac{32\mu LV}{D^2} \Rightarrow \Delta P = \frac{32\mu L}{D^2}\frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2} = \frac{128\mu LQ}{\pi D^4}$$

$$\boxed{\Delta P = \frac{32\mu LV}{D^2} = \frac{128\mu LQ}{\pi D^4}}$$

مجددا تاکید می شود تمام روابط داخل کادر در مبحث فوق برای جریان آرام درون لوله ها کاربرد دارد.

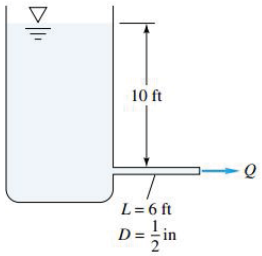
تمرین

مطابق شکل این مسئله سیالی با $\mu = 0.04 Pa.s$ و $\rho = 800\frac{kg}{m^3}$ در لوله ای به قطر 10mm جریان دارد. اولا جهت جریان را تعیین کنید، ثانیا افت هد جریان، ثالثا دبی و رابعا عدد رینولدز جریان را بدست آورید.



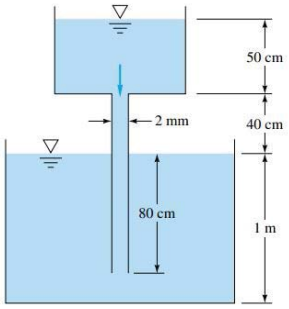
تمرین

روغنی با $SG = 0.9$ و $Q = 35\frac{ft^3}{hr}$ از لوله شکل این مسئله خارج می شود، لزجت سینماتیکی روغن را بر حسب $\frac{ft^3}{s}$ بدست آورید. آیا جریان آرام است؟



تمرین

فرض کنید که سیال شکل این مساله الکل اتیلیک20C و مخازن بسیار عریض باشند، دبی جریان را بر حسب متر مکعب در ساعت بیابید.آیا جریان آرام است؟



جریان آشفته(Turbulent Flow)

هرگاه در یک لوله عدد رینولدز جریان بیشتر از 2300 باشد، جریان آشفته نامیده می شود.

اکثر روابط مربوط به جریان آشفته به طور تجربی به دست آمده اند و دانشمندانی مانند بلازیوس(Blasius) و پرانتل(Prandtl) و کارمان(Karman) این روابط را بدست آورده اند.

$$\frac{u}{u^*}=\frac{1}{k}\ln\frac{yu^*}{v}+\mathrm{B}$$

$$y=R-r$$

$$\boxed{\frac{u}{u^*}=\frac{1}{k}ln\frac{(R-r)u^*}{v}+\mathrm{B}}$$

$$Q=\int_0^R udA=\int_0^R u2\pi rdr$$

$$\boxed{Q=\frac{1}{2}\pi R^2u^*\left(\frac{2}{k}ln\frac{Ru^*}{v}+2B-\frac{3}{k}\right)}$$

$$V=\frac{Q}{A}=\frac{1}{2}u^*\left(\frac{2}{k}ln\frac{Ru^*}{v}+2B-\frac{3}{k}\right)$$

$$B=5$$

$$k=0.41$$

$$\boxed{\frac{V}{u^*}=2.44\ln\frac{\mathrm{R}u^*}{v}+1.34}$$

$$u^*=\left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$f=\frac{8\tau_w}{\rho V^2}$$

$$\frac{1}{f^{\frac{1}{2}}} = 1.99\,log\left(Ref^{\frac{1}{2}}\right) - 1.02$$

در سال ۱۹۳۵ پرانتل رابطه فوق را اثبات کرد و برای ایجاد هماهنگی بیشتر با اطلاعات بدست آمده از آزمایش ثابتها را کمی تغییر داد:

$$\frac{1}{f^{\frac{1}{2}}} = 2\,log\left(Ref^{\frac{1}{2}}\right) - 0.8$$

رابطه بدست آمده توسط بلازیوس:

$$f = (1.8log\frac{Re}{6.9})^{-2}$$

روابط فوق برای جریانهای آشفته و در لوله های با جداره صاف(Smooth) کاربرد دارد.برای لوله های زبر(Roughness) استفاده از این روابط مجاز نمی باشد.

با جایگذاری رابطه بلازیوس در رابطه دارسی وایسباخ می توان رابطه افت اصطکاکی را برای جریان های آشفته به صورت زیر بدست آورد:

$$h_f = 0.316(\frac{\mu}{\rho VD})^{0.25}\frac{L}{\mathrm{D}}\frac{V^2}{2g}$$

و چون $\Delta P = \rho g h_f$ لذا:

$$\Delta P = 0.158L\rho^{0.75}\mu^{0.25}D^{-1.25}V^{1.75}$$

رابطه بدست آمده نشان می دهد که در جریان آشفته اختلاف فشار وابستگی ضعیفی به ویسکوزیته دینامیکی سیال دارد.

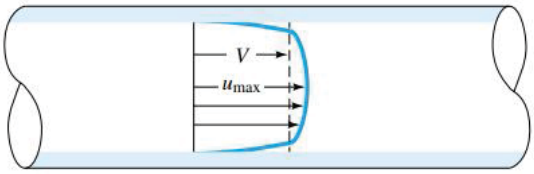
با قرار دادن $Q = \frac{\pi}{4}D^2V$ در رابطه فوق به شکل دیگری از رابطه می رسیم:

$$\Delta P = 0.241L\rho^{0.75}\mu^{0.25}D^{-4.75}Q^{1.75}$$

$$\frac{V}{u_{max}} = (1 + 1.33f^{0.5})^{-1}$$

رابطه فوق ارتباط میان سرعت میانگین و سرعت ماکزیمم در یک جریان آشفته را نشان می دهد.

تغییرات پروفایل سرعت برای حالت آشفته خیلی کم خواهد بود و در جداره ها به سرعت به صفر کاهش می یابد.



تمرین

در یک لوله شیشه ای به قطر 6 میلی متر و طول 3 متر جیوه 20 درجه سانتیگراد با سرعت 2.5 متر بر ثانیه جریان دارد. افت هد را بر حسب متر و افت فشار را بر حسب کیلو پاسکال محاسبه کنید.

جلسه سوم

اثر زبری دیواره(Effect of Rough Walls)

در جریان آرام درون لوله ها زبری لوله هیچ تاثیری بر ضریب اصطکاک ندارد. برای لوله های زبر در حالت جریان آرام همچون لوله های صاف، f از رابطه $f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$ بدست می آید.در حالی که در جریان آشفته زبری به شدت بر جریان تاثیر می گذارد و خواص جریان را دگرگون می کند. لازم بذکر است که لوله های صنعتی از جنس های معینی ساخته می شوند. مانند فولاد تجاری، آهن، مس، شیشه و ... .این جنس ها زبری میانگینی(ε) دارند که مقدار این زبری هم بر حسب میلیمتر و هم بر حسب فوت در جدولی در کتابهای مکانیک سیالات داده شده است.

در حالتی که جریان آشفته و لوله زبر باشد از روابط زیر برای محاسبه ضریب اصطکاک استفاده می شود:

معادله کلبروک(Colebrook):

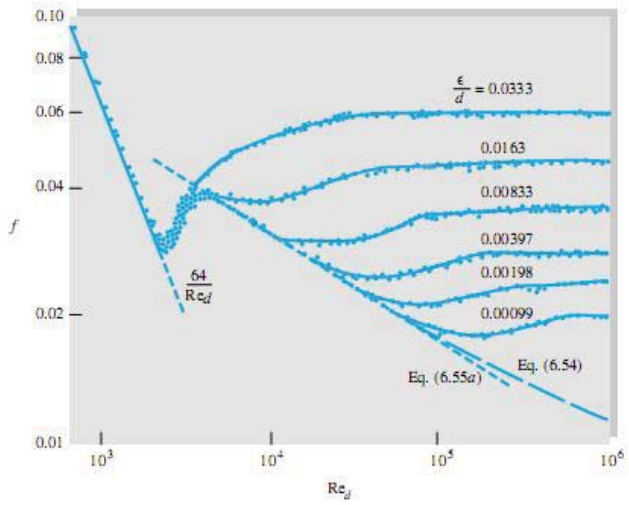
$$\frac{1}{f^{\frac{1}{2}}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3.76D} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$$

معادله هالند (Halland):

$$f = [-1.8\log(\frac{6.9}{\mathrm{Re}} + (\frac{\varepsilon}{3.76D})^{1.11})]^{-2}$$

برای محاسبه ضریب اصطکاک بجای فرمول می توان از نمودار هم استفاده کرد که در زیر بیان می شود.

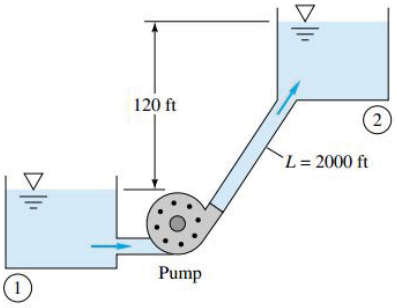
نمودار مودی(Moody Chart):



در سال۱۹۴۴، مودی نموداری را برای محاسبه ضریب اصطکاک در لوله ها ارائه داد. محور افقی این نمودار معرف عدد رینولدز و محور قائم بیانگر ضریب اصطکاک f است. شاخه های نمودار، $\frac{\varepsilon}{D}$ های مختلف را نشان می دهد. از روی نمودار پیداست که در جریان آرام ضریب اصطکاک تنها تابع رینولدز است و مستقل از زبری است و در جریان های کاملا آشفته ضریب اصطکاک تنها تابع زبری است و مستقل از عدد رینولدز است. برای دیگر حالات ضریب اصطکاک تابع رینولدز و زبری است.

تمرین

مطابق شکل این مسئله آب 20 درجه سانتیگراد باید با لوله ای به طول 2000 ft و دبی $3\frac{ft^3}{s}$ از مخزن 1 به مخزن 2 تلمبه شود. اگر جنس لوله از آهن و قطر آن 6in و بازده پمپ 75% باشد توان پمپ را محاسبه کنید.



راهنمایی:

در مسائلی که پمپ وجود داشته باشد معادله برنولی بصورت زیر اصلاح می شود:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_f-h_p$$

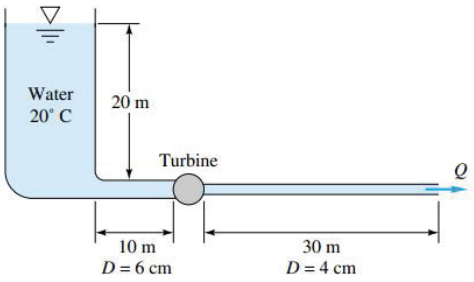
که جمله آخر معادله برنولی، هد پمپ نامیده می شود و رابطه آن با توان پمپ بصورت زیر است:

$$h_p=\frac{\eta H}{\rho g Q}$$

که در آن H توان و η راندمان پمپ است که عددی کمتر از یک می باشد.

تمرین

توربین کوچک شکل این مساله از آب400W توان می گیرد.جنس هر دو لوله آهن چکش خوار است،دبی را بر حسب مترمکعب در ساعت محاسبه کنید.



راهنمایی:

در مسائلی که توربین وجود داشته باشد معادله برنولی بصورت زیر اصلاح می شود:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_f+h_T$$

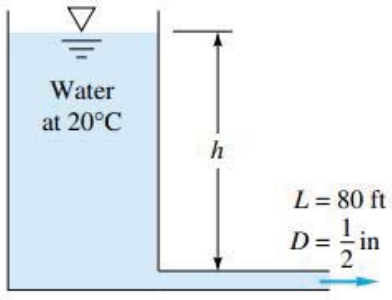
که جمله آخر معادله برنولی، هد توربین نامیده می شود و رابطه آن با توان توربین بصورت زیر است:

$$h_T = \frac{H}{\rho g Q \eta}$$

که در آن H توان و η راندمان توربین است که عددی کمتر از یک می باشد.

تمرین

برای تحویل $0.02\frac{ft^3}{s}$ آب با یک لوله خروجی از جنس فولاد تجاری به قطر $\frac{1}{2}in$ در شکل این مساله، ارتفاع h لازم را محاسبه کنید.



نمودار تصحیح شده مودی برای تعیین دبی جریان

هرگاه دبی جریان یا سرعت در مسئله ای مجهول باشد برای تعیین آنها می توان از نمودار مخصوصی به نام نمودار تصحیح شده مودی برای یافتن سرعت جریان در لوله استفاده کرد.

در صورتی که سرعت یا دبی مجهول باشد علاوه بر روش قبلی (که به سعی و خطا نیاز دارد) می توان به روش زیر مسئله را راحتتر حل کرد.

ابتدا پارامتر α را از رابطه $\alpha = \mathrm{Re}^2 \frac{f}{2} = \frac{gD^3 h_f}{Lv^2}$ بدست می آوریم. سپس با استفاده از نمودار تصحیح شده مودی و بکمک $\frac{\varepsilon}{D}$، رینولدز را بدست می آوریم و از روی آن سرعت یا دبی را، زیرا $Q = VA$.

نمودار تصحیح شده مودی برای تعیین دبی یا سرعت در نمودارهای مکانیک سیالات موجود در وبلاگ وجود ندارد و بجای آن می توان از رابطه زیر رینولدز را و سپس از روی آن دبی یا سرعت را بدست آورد:

$$\mathrm{Re} = -\sqrt{8\alpha}\log\left(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{\sqrt{2\alpha}}\right)$$

برای جریان های آرام این رابطه به صورت ساده زیر در می آید:

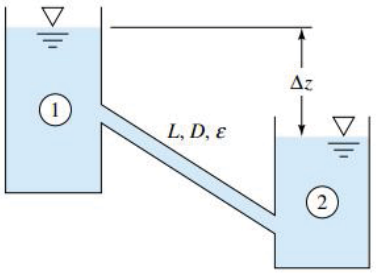
$$\mathrm{Re} = \frac{\alpha}{32}$$

پس از تعیین عدد رینولدز از رابطه زیر دبی بدست می آید:

$$Q = \frac{\pi D \nu}{4}\mathrm{Re}$$

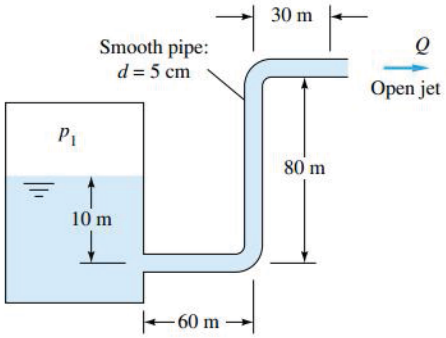
تمرین

مخازن شکل این مسئله حاوی آب 20 درجه سانتیگراد است. اگر لوله حامل صاف با L=700m و D=5cm باشد دبی جریان را بر حسب $\frac{m^3}{h}$ به ازای $\Delta z = 1000m$ محاسبه کنید.



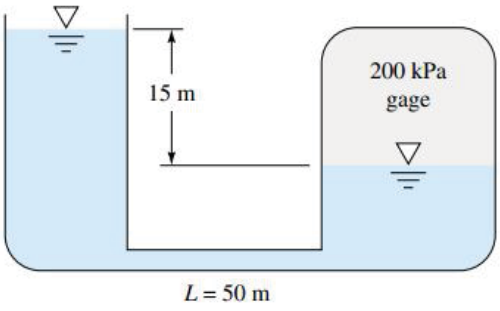
تمرین

اتیل الکل 20 درجه سانتیگراد در لوله شکل این مسئله جریان دارد. اگر فشار نسبی 900 kPa فرض شود دبی جریان را بر حسب مترمکعب بر ساعت محاسبه کنید.



تمرین

جنس لوله رابط در شکل این مساله فولاد تجارتی به قطر6cm است.اگر سیال روغنSAE30 و دمای آن20C باشد، دبی جریان را بر حسب مترمکعب در ساعت محاسبه کنید.جهت جریان را نیز مشخص نمایید.



نمودار تصحیح شده مودی برای تعیین اندازه لوله

حالا فرض کنیم Q, L, h_f, ρ, μ داده شده است و مسئله تعیین قطر لوله باشد.برای این منظور گروه بی بعد β را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\beta = (fRe^5)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{128gh_fQ^3}{\pi^3 Lv^5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

در این صورت رینولدز برای لوله های صاف برابراست با:

$$Re = 1.43\beta^{0.416}$$

و برای لوله های زبر با زبری ε:

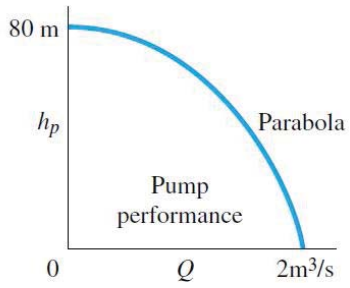
$$Re = [-2\beta\log(\frac{\pi\varepsilon vRe}{14.8Q} + \frac{2.51}{\beta}Re^{1.5})]^{0.4}$$

نمودار تصحیح شده مودی برای این حالت بر حسب $\beta, \frac{\varepsilon v}{Q}$ و Re است. این نمودار هم در نمودارهای مکانیک سیالات موجود در وبلاگ وجود ندارد و بجای آن از رابطه فوق، رینولدز و سپس با استفاده از رینولدز، قطر بدست می آید:

$$D = \frac{4Q}{\pi v\,\mathrm{Re}}$$

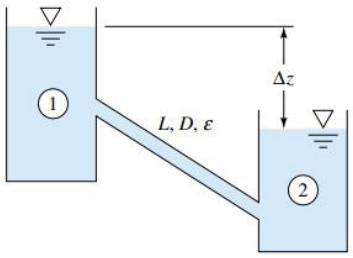
تمرین

پمپ شکل زیر به منظور جابجایی اتانول(اتیل الکل) 20 درجه سانتیگراد با یک لوله چکش خوار با طول200 متر و دبی 0.5 مترمکعب بر ثانیه به کار می رود، قطر مناسب لوله را تعیین کنید.



تمرین

با فرض $\Delta z = 90m$ و چدنی بودن لوله حامل آب با طول $200m$،اگر دبی $5\frac{m^3}{h}$ باشد، قطر مناسب لوله را بدست آورید.



جلسه چهارم

جریان در مجراهای غیر دایره ای (Flow in Noncircular Ducts)

اکنون حالتی را در نظر می گیریم که سطح مقطع دایره ای نباشد، برای مجراهای غیر دایره ای می توان با در نظر گرفتن یک حجم کنترل و نوشتن معادله اندازه حرکت افت هد اصطکاکی را به صورت زیر بدست آورد:

$$\sum F_x = \dot{m}\ (V_{out} - V_{in}) = 0$$

سرعتهای ورودی و خروجی با هم برابر است لذا:

$$(\Delta P)A + mgsin\emptyset - \tau_w P\Delta L = 0$$

یادآوری می شود جمله اول مربوط به نیروهای فشاری، جمله دوم مربوط به جاذبه و جمله سوم مربوط به نیروهای اصطکاکی می باشد.توجه داشته باشید P در عبارت $(\Delta P)A$، فشار و در عبارت $\tau_w P\Delta L$، محیط مقطع مجرا می باشد این دو را با هم اشتباه نگیرید.

$$(\Delta P)A + \rho A\Delta Lgsin\emptyset - \tau_w P\Delta L = 0$$

دو طرف تساوی را بر ρgA تقسیم نموده و بجای $\Delta Lsin\emptyset$ ، Δz قرار می دهیم.

$$\frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta Z - \frac{\tau_w P\Delta L}{\rho gA} = 0 \Rightarrow \frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta Z = \frac{\tau_w P\Delta L}{\rho gA}$$

حال معادله برنولی را می نویسیم:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_f$$

چون سرعت در لوله با سطح مقطع یکنواخت، همیشه ثابت است پس سرعت ها با هم برابرند.

$P_1 - P_2 = \Delta P$ و $z_1 - z_2 = \Delta z$ و در نتیجه:

$$\frac{\Delta P}{\rho g} + \Delta Z = h_f \Rightarrow h_f = \frac{\tau_w P\Delta L}{\rho gA} \Rightarrow\ h_f = \frac{\tau_w \Delta L}{\rho g\frac{A}{P}}$$

$$\frac{A}{P} = R_h$$

$$h_f = \frac{\tau_w \Delta L}{\rho g R_h}$$

$\frac{A}{P}$ را که نسبت مساحت سطح مقطع به محیط تر شده مجرا می باشد شعاع هیدرولیکی (Hydraulic Radius) می نامند. چهار برابر شعاع هیدرولیکی را قطر هیدرولیکی می نامند.($D_h = 4R_h$)

با جایگذاری قطر هیدرولیکی(Hydraulic Diameter) (D_h) به جای D در روابط با مجرای دایره ای می توان از آن روابط برای سایر مجراها استفاده کرد. بنابراین در مواردی که سطح مقطع دایره ای نباشد قطر هیدرولیکی را بدست آورده و بجای قطر از قطر هیدرولیکی در روابط لوله های دایره ای استفاده می کنیم. بعنوان مثال:

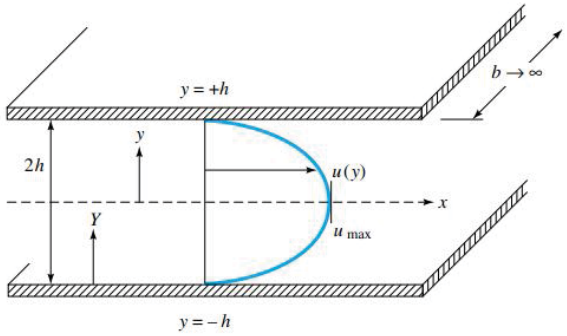
$$h_f = f\frac{L}{D_h}\frac{V^2}{2g}$$

$$Re_{D_h} = \frac{VD_h}{\nu}$$

$$f = [-1.8\log(\frac{6.9}{Re_{D_h}} + (\frac{\varepsilon}{3.76D_h})^{1.11})]^{-2}$$

جریان بین صفحات موازی(Flow between Parallel Plates)

جریان بین صفحات موازی عریضی به عرض b که به فاصله $2h$ از یکدیگر قرار دارند را در نظر بگیرید. این حالت هم با روشی مشابه روش جریان در لوله های مقطع گرد تحلیل می شود.



$$\rho u\frac{du}{dx}=-\frac{dP}{dx}+\rho g_x+\frac{d\tau}{dy}$$

چون جریان توسعه یافته است ترم سمت چپ تساوی برابر صفر است و در نتیجه:

$$-\frac{dP}{dx}+\rho g_x+\frac{d\tau}{dy}=0$$

با توجه به اینکه $\sin\phi=-\frac{dz}{dx}$,$g_x=g\sin\phi$ و $\tau=\mu\frac{du}{dy}$ و با اعمال شرایط مرزی $u(-h)=u(h)=0$ داریم:

$$\boxed{u=\frac{1}{2\mu}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right](\mathrm{h}^2-\mathrm{y}^2)}$$

$$Q=\int udA=\int_{-h}^{h}ubdy$$

$$\boxed{Q=\frac{bh^3}{3\mu}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right]}$$

$$V=\frac{Q}{2bh}=\frac{h^2}{3\mu}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right]$$

$$\boxed{V=\frac{2}{3}u_{max}}$$

$$\tau_w=\mu\frac{du}{dy}\Big|_{y=h\ \text{یا}\ y=-h}\Rightarrow$$

$$\boxed{\tau_w=\mathrm{h}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right]}$$

$$D_h=\frac{4A}{\mathrm{P}}=\frac{4b(2h)}{2\mathrm{b}}=4h$$

$$Re_{D_h}=\frac{\rho VD_h}{\mu}$$

$$\boxed{Re_{D_h}=\frac{\rho V(4h)}{\mu}}$$

$$f=\frac{8\tau_w}{\rho V^2}=\frac{8\mathrm{h}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right]}{\rho V^2}$$

اما چون

$$V=\frac{h^2}{3\mu}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right]$$

در نتیجه:

$$-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)=\frac{3\mu\mathrm{V}}{h^2}$$

با جایگذاری در رابطه f:

$$f=\frac{8h\frac{3\mu V}{h^2}}{\rho V^2}=\frac{24\mu}{\rho Vh}=\frac{24}{\frac{\rho Vh}{\mu}}=\frac{24(4)}{\frac{\rho V4h}{\mu}}\Rightarrow f=\frac{96}{Re_{D_h}}$$

$$\boxed{f=\frac{96}{Re_{D_h}}}$$

قطر موثر(Effective Diameter)

در حالتی که جریان آشفته باشد به جای استفاده از قطر هیدرولیکی می توان از قطر موثر استفاده کرد.

استفاده از قطر موثر به جای قطر هیدرولیکی باعث افزایش دقت می شود.

$$\boxed{D_{eff}=0.667D_h}$$

لازم به ذکر است قطر موثر برای جریان های آشفته استفاده می شود و تنها در محاسبه رینولدز به کار می رود.

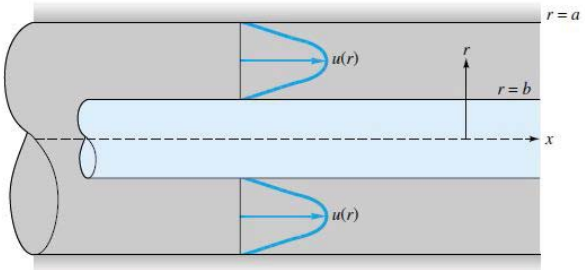
تمرین

روغن SAE30 با دمای 20C بین دو صفحه موازی صاف با فاصله 4cm از یکدیگر و با سرعت میانگین $30\ \frac{m}{s}$ جریان دارد، افت فشار، سرعت خط مرکز و افت هد را برای هر 100m طول لوله محاسبه کنید.

جریان در لوله دو جداره(Flow through a Concentric Annulus)

مطابق شکل جریانی را در نظر می گیریم که بصورت محوری در فضای بین دو استوانه هم محور جاری است. در شعاع های داخلی و خارجی به علت شرط عدم لغزش سرعت صفر است:

$$u(a)=0$$
$$u(b)=0$$



معادله اندازه حرکت را می نویسیم:

$$\rho u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial P}{\partial x}+\rho g_x+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\tau)$$

با توجه به اینکه جریان توسعه یافته است و P فقط تابعی از x و τ فقط تابعی از r است و همچنین

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0$$

لذا رابطه فوق به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{d}{dr}(r\tau)=\frac{dP}{dx}-\rho g_x$$
$$g_x=g\sin\emptyset \qquad \sin\emptyset=-\frac{dz}{dx}\Rightarrow g_x=-g\frac{dz}{dx}\Rightarrow$$
$$\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{d}{dr}(r\tau)=\frac{dP}{dx}+\rho g\frac{dz}{dx}$$
$$\frac{1}{\mathrm{r}}\frac{d}{dr}(r\tau)=\frac{d}{dx}(P+\rho gz)=k$$
$$\frac{d}{dr}(r\tau)=kr \qquad \tau=\mu\frac{du}{dr}$$
$$\frac{d}{\mathrm{dr}}\left(r\mu\frac{du}{dr}\right)=kr\Longrightarrow r\mu\frac{du}{dr}=\frac{kr^2}{2}+C_1$$
$$\frac{du}{dr}=\frac{kr}{2\mu}+\frac{C_1}{r\mu}$$
$$u(r)=\frac{kr^2}{4\mu}+\frac{C_1}{\mu}lnr+C_2$$

با اعمال شرایط مرزی، پروفیل سرعت به صورت زیر بدست می آید:

$$u(r=a)=0$$
$$u(r=b)=0$$

$$\boxed{u=\frac{1}{4\mu}\left[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)\right]\left[a^2-r^2+\frac{a^2-b^2}{ln\frac{b}{a}}ln\frac{a}{r}\right]}$$

همچنین دبی حجمی نیز بصورت زیر تعیین می شود:

$$Q=\int udA=\int_{\mathrm{b}}^{a}\mathrm{u}(2\pi\mathrm{rdr})\Rightarrow$$

$$\boxed{\mathrm{Q}=\frac{\pi}{8\mu}[-\frac{d}{dx}(P+\rho gz)]\left[a^4-b^4+\frac{(a^2-b^2)^2}{ln\frac{a}{b}}\right]}$$

با مشتق گیری ازمعادله سرعت، بیشترین سرعت در شعاع زیر بدست می آید:

$$\boxed{r=\left[\frac{a^2-b^2}{2\ln(\frac{a}{b})}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

که به شعاع داخلی نزدیکتر است. با کم شدن فاصله a-b سرعت ماکزیمم به نقطه وسط بین استوانه ها نزدیک می شود.

در لوله های دوجداره، ضریب اصطکاک f به صورت $f=h_f\frac{D_h}{L}\frac{2g}{V^2}$ تعریف می شود.

$$D_h=\frac{4A}{P}=\frac{4\pi(a^2-b^2)}{2\pi(a+b)}=2(a-b)$$

با جایگذاری h_f, D_h, V در معادله $f=h_f\frac{D_h}{L}\frac{2g}{V^2}$ در می یابیم که ضریب اصطکاک جریان آرام در لوله دوجداره هم محور چنین است:

$$\xi = \frac{(a-b)^2(a^2-b^2)}{a^4-b^4-\left[\frac{(a^2-b^2)^2}{\ln\frac{a}{b}}\right]}$$

$$f = \frac{64\xi}{\mathrm{Re}_{D_h}}$$

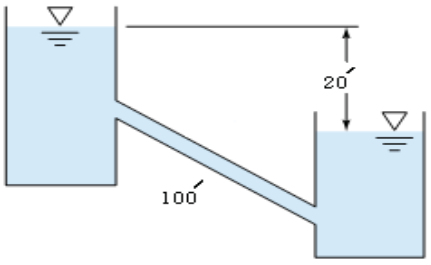
یا

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}_{eff}} \quad \text{و} \quad \mathrm{Re}_{eff} = \frac{1}{\xi}\mathrm{Re}_{D_h}$$

برخی از مقادیر $f\,\mathrm{Re}_{D_h}$ و $\frac{D_{eff}}{D_h} = \frac{1}{\xi}$ بر حسب $\frac{b}{a}$ در جدول موجود است.

تمرین

یک لوله دو جداره به طول 100ft از جنس فولاد تجاری a=5in و b=1in دو مخزن را با اختلاف سطح 20ft به یکدیگر مرتبط می کند. در صورتی که سیال آب 20C باشد، دبی جریان را بر حسب $\frac{ft^3}{s}$ بدست آورید.

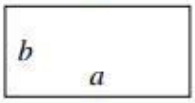
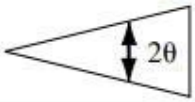


مقاطع مثلثی و مستطیلی

در حل این نوع مسائل که سطح مقطع لوله مثلثی یا مستطیلی است، کافیست D_{eff} را از رابطه $D_{eff} = \frac{64D_h}{f\,\mathrm{Re}_{D_h}}$ بدست آورد و در روابط مربوط به لوله های گرد به جای D، D_{eff} قرار داد. لازم به ذکر است برای مثلث و مستطیل $f\,\mathrm{Re}_{D_h}$ را از جدولی که در کتابهای مکانیک سیالات موجود است، می توان بدست آورد. این جدول همچون سایر جداول در مجموعه جداول موجود در وبلاگ وجود دارد.

تمرین

اگر مقطع یک کانال تهویه از جنس ورق فولادی، حامل هوای 20C به شکل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع 12in و به طول 120 ft باشد و یک دمنده 1 اسب بخار توان را به هوا بدهد، دبی جریان را بر حسب $\frac{ft^3}{s}$ بدست آورید.

Rectangular		Isosceles triangle	
			
b/a	$f\mathrm{Re}_{D_h}$	θ, deg	$f\mathrm{Re}_{D_h}$
0.0	96.00	0	48.0
0.05	89.91	10	51.6
0.1	84.68	20	52.9
0.125	82.34	30	53.3
0.167	78.81	40	52.9
0.25	72.93	50	52.0
0.4	65.47	60	51.1
0.5	62.19	70	49.5
0.75	57.89	80	48.3
1.0	56.91	90	48.0

جلسه پنجم

افتهای موضعی(Minor Losses)

در سیستم های لوله کشی علاوه بر افت اصطکاکی مودی که ناشی از لزجت سیال است، افت های دیگری بـه نـام افتهـای موضعی وجود دارند که غالبا به دلایل زیر ظاهر می شوند:

۱- ورودی و خروجی لوله
۲- بزرگ و کوچک شدن ناگهانی سطح مقطع لوله
۳- اتصالاتی که غالبا در سیستم های لوله کشی به کار می روند. مانند: زانویی، سه راهی و غیره.
۴- استفاده از شیر ها در حالت های مختلف
۵- بزرگ و کوچک شدن تدریجی سطح مقطع

در برخی از موارد این افتها به اندازه ای بزرگ هستند که می توانند حتی بیش از اصطکاک مودی افـت فشـار ایجـاد کننـد، مانند استفاده از شیر نیمه باز. مقدار هد ناشی از افت های موضعی از رابطه زیر بدست می آید:

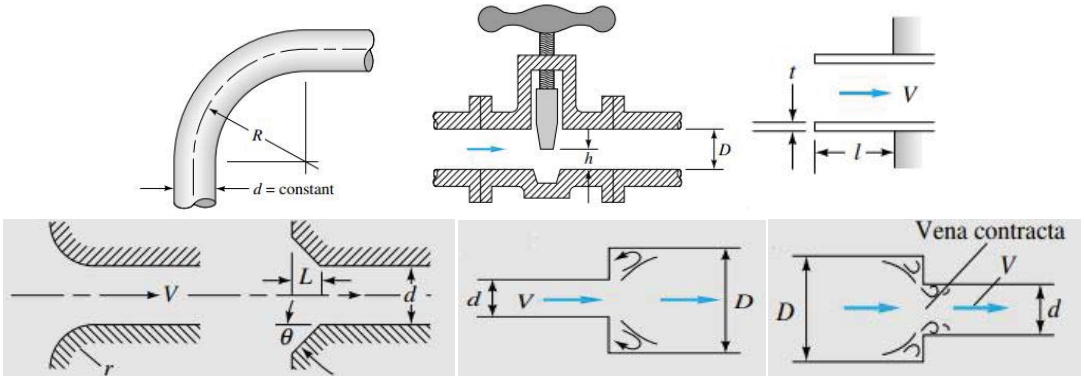
$$h_m = \sum k_m \frac{V^2}{2g}$$

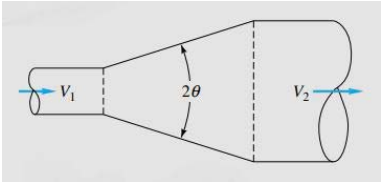
k_m را ضریب افت موضعی(Loss Coefficient) می نامند. بنابراین معادله برنولی در حالتی که افتهای موضعی اهمیت داشته باشند بصورت زیر نوشته می شود:

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2+h_f+h_m$$

$$h_f+h_m=\sum h=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}+\sum k_m\frac{V^2}{2g}=\frac{V^2}{2g}(f\frac{L}{D}+\sum k_m)$$

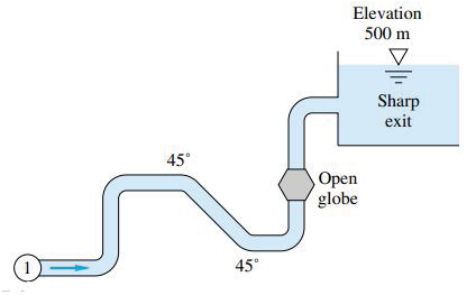
ضرایب نسبت k برای شیرهای باز، زانویی ها و سه راهی ها بستگی به قطر این وسایل، برای شیرهای نیمه باز بسـتگی بـه قطر لوله و درصد بازی و برای خم ها، ورودی ها، انبساط ها و انقباض ها بستگی به ابعاد هندسی این وسـایل دارد کـه بـا معلوم بودن این پارامترها می توان از روی جداول و یا نمودارهای مربوطه که در وبلاگ موجود است مقدار ضریب افت را بدست آورد. ضریب افت را برای انواع خروجیها برابر یک در نظر می گیرند.





تمرین

در شکل این مسئله 1200m لوله چدنی به قطر 5cm، دو زانویی 45 درجه و چهار زانویی 90 درجه شعاع بزرگ و فلنج دار، یک شیر بشقابی فلنج دار کاملا باز و یک خروجی تیز در مخزن دارد. اگر بلندی نقطه 1، 400m باشد، فشار نسبی لازم در نقطه 1 برای رساندن $0.005\frac{m^3}{s}$ آب 20C به مخزن چقدر است؟



سیستم های چند لوله ای(Multiple-Pipe Systems)

لوله های معادل (Equivalent Pipes)

یک لوله با لوله دیگر یا با یک سیستم لوله ای معادل است هرگاه برای یک افت داده شده، دبی جریان در لوله معادل، با دبی جریان در لوله اصلی یکسان باشد یا می توان گفت که یک لوله با لوله دیگر یا با یک سیستم لوله ای معادل است وقتی برای یک دبی جریان معین، افت هد بوجود آمده در لوله معادل و در لوله اصلی با هم مساوی باشند. از این رو یا قطر یک لوله معادل را می توان مشخص کرد و طول لازم را بدست آورد یا طول معادل را می توان انتخاب کرد و از روی آن قطر لازم را پیدا کرد.

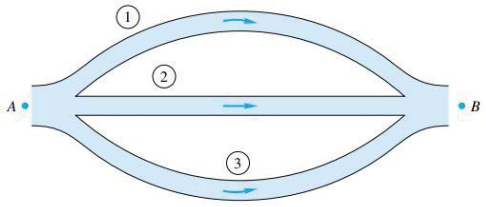
لوله های سری(Pipes in Series)

لوله هایی سری هستند که انتها به انتها متصل شده باشند به طوری که سیال در یک خط پیوسته بدون هیچگونه انشعاب حرکت کند، آهنگ جریان در لوله های سری ثابت است. در این گونه لوله ها روابط زیر را داریم:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \cdots$$
$$h_f = h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3} + \cdots$$

لوله های موازی(Pipes in Parallel)

لوله هایی موازی هستند هرگاه طوری به هم متصل شده باشند که جریان در دو لوله جداگانه یا بیشتر منشعب شود و سپس مجددا در پایین دست جمع شود مانند شکل زیر.



در حالت موازی دبی کل به دبی های Q_1, Q_2, Q_3 و... تقسیم می شود و افت هد بین دو اتصال ابتدا و انتها برای هر خط لوله بین این دو اتصال یکسان است.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots$$
$$h_f = h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3} = \cdots$$

اتصال سه مخزن به یکدیگر(Three-Reservoir Junction)

یک سیستم لوله را که از تجزیه یک یا چند لوله به دو یا چند لوله دیگر به وجود می آید سیستم لوله های انشعاب می گویند معمولا لوله ها از مخازن منشعب می شوند.

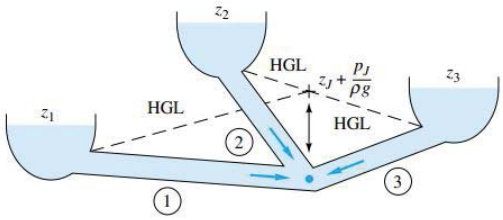
سیستم ساده ای از لوله های انشعابی در شکل زیر نشان داده شده است. این مخازن در ارتفاعات مختلف قرار گرفته و دارای فشارهای مختلفی می باشد که در نقطه J به یکدیگر متصل می شوند ولی ارتفاع این نقطه اتصال مشخص نمی باشد. جهت واقعی جریان به فشار در مخازن و ارتفاع آنها همچنین قطر، طول و نوع لوله بستگی دارد. برای حل این گونه مسائل به روش زیر عمل می کنیم:

۱- ارتفاع خط تراز هیدرولیکی را برای نقطه J فرض می کنیم.(h_J)

۲- با محاسبه افت هد نسبت به نقطه اتصال و استفاده از معادله اصطکاک دارسی وایسباخ و با حدس f برای هر لوله سرعت V را بدست آورده سپس با داشتن V دبی جریان عبوری یعنی Q از هر لوله را بدست می آوریم.

۳- مجموع دبی ها را بدست آورده اگر منفی شد مقدار h_J را کاهش و اگر مثبت شد مقدار h_J را افزایش می دهیم.

۴- این کار را تا رسیدن به $\sum Q = 0$ تکرار می کنیم.

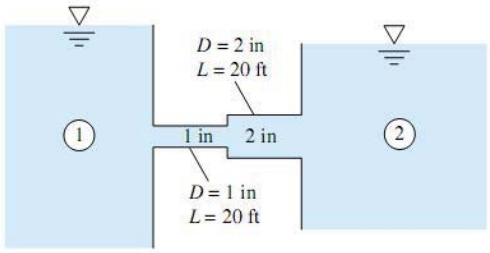


تمرین

یک لوله بتنی به طول 225m و قطر 350mm و یک لوله بتنی به طول 400m و به قطر 500mm به طور سری به هم متصل شده اند، قطر لوله معادل به طول625m را پیدا کنید.

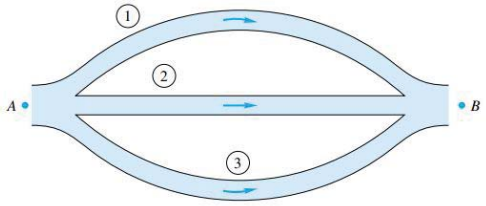
تمرین

دو مخزن شکل این مسئله به وسیله لوله هایی از جنس چدن چکش خوار به طول 20ft به هم متصل شده اند. با فرض آنکه سیال آب 20C و مخزن1 60ft نسبت به مخزن2 بالاتر باشد با در نظر گرفتن افت های موضعی دبی جریان را بر حسب $\frac{ft^3}{s}$ بیابید.(ورودی و خروجی لبه تیز است.)



تمرین

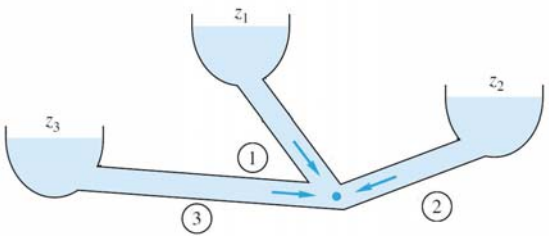
اطلاعات لوله های سیستم سه شاخه ای شکل زیر داده شده است. اگر افت هد کلی سیستم 30m باشد، دبی کلی (Q) را حساب کنید. افتهای موضعی را در نظر نگیرید.



لوله	$L(m)$	$D(cm)$	$\varepsilon(mm)$
1	200	6	0.12
2	120	6	0.24
3	180	8	0.12

تمرین

در این شکل دبی جریانها را برای داده های زیر پیدا کنید.



$L_1 = 200m$	$L_2 = 300m$	$L_3 = 400m$
$D_1 = 300mm$	$D_2 = 350mm$	$D_3 = 400mm$
$\frac{\varepsilon_1}{D_1} = 0.0002$	$\frac{\varepsilon_2}{D_2} = 0.00015$	$\frac{\varepsilon_3}{D_3} = 0.0001$
$Z_1 = 700m$	$Z_2 = 400m$	$Z_3 = 100m$
$P_1 = 7atm$	$P_2 = 2atm$	$P_3 = 3atm$