فصل دوم

چگونگی پیدایش و تاثر روشتاور

۳۲ صفحه

PRINCIPLES OF VOLTAGE AND

TORQUE GENERATION

چگونگی پیدایش ولتاژ و گشتاور

مقدمه:

دینامو [۱] وسیله‌ایست که انرژی مکانیکی را به انرژی الکتریکی و یا بالعکس انرژی الکتریکی را به انرژی مکانیکی تبدیل میکند. در حالتی که انرژی مکانیکی به انرژی الکتریکی تبدیل میشود، دینامو را ژنراتور [۲] نامند و در حالتی که انرژی الکتریکی به انرژی مکانیکی مبدل گردد، دینامو را موتور [۳] گویند. در فصل اول با مفاهیم شار، چگالی شار، فاصله‌هوائی و چگونگی پیدایش میدان مغناطیسی آشنا شدیم. در این فصل با اصول کار ژنراتورها و موتورها آشنائی پیدا میکنیم. در این فصل اثرات متقابل دو پدیده مهم مغناطیسی و الکتریسته بر یکدیگر را مورد توجه قرار میدهیم.

۱ ــ ۲ ــ ولتاژ القاء شده در یک هادی:

2-1 VOLTAGE INDUCED IN A CONDUCTOR

حدود ۱۵۰ سال پیش فاراده [۴] پدیده بسیار ارزنده‌ای را کشف نمود. او دریافت که اگر یک سیم [۵] (هادی) درون میدان مغناطیسی طوری حرکت کند که خطوط شار را قطع نماید، در اینصورت در سیم (هادی) [۶] ولتاژ القاء خواهد شد. بعبارت ساده‌تر در سیم ولتاژ تولید میگردد. همچنین فاراده دریافت‌که اگر سیم در مدت یک ثانیه، شاری معادل یک‌وبر یا 100 million lines را قطع نماید، ولتاژ القاء شده [۷] (ولتاژ تولید شده [۸]) معادل یک ولت خواهد بود. قانون فاراده در قالب ریاضی اینچنین بیان میگردد. درسیستم (ENG) داریم:

$$E = Blv(\sin\theta) \times 10^{-8} \qquad (2\text{-}1a)$$

در سیستم (SI) داریم:

$$E = Blv(\sin\theta) \qquad (2\text{-}1b)$$

برای استفاده صحیح از معادلات اخیر باید به آحاد مندرج در جدول (۱ــ ۲) توجه نمود.

---

1) Dynamo 2) Generator 3) Motor
4) Faraday 5) Wire 6) Conductor
7) Induced-Voltage 8) Generated-Voltage

Table 2-1 جدول ۱ – ۲

English (Eq. 2-1a)		SI (Eq. 2-1b)	
B	lines/in^2	B	tesla or Wb/m^2
l	inches	l	meters
v	inches/s	v	meters/s

در دو معادله فوق داریم :

۱ – (E) – ولتاژ لحظه‌ای [۱] القاء شده درسیم

۲ – (B) – چگالی شار

۳ – (l) – طول موثر سیم متحرک در میدان مغناطیسی

۴ – (U) – سرعت [۲] حرکت سیم

۵ – (θ) زاویه [۳] بین سیم و خطوط شار

لازم به تذکر است :

الف : اگر سیم موازی [۴] میدان حرکت کند زاویه θ صفر خواهد بود .

ب : اگر سیم عمود [۵] بر میدان حرکت کند زاویه θ مساوی ۹۰ درجه خواهد بود .

برای روشن‌تر شدن مطلب شکل (۱ – ۲) را در نظر میگیریم . با توجه بشکل میتوان گفت که :

۱ – الف : هرگاه سیم در جهت پیکان a حرکت کند ، سیم خطوط شار را قطع نمیکند و لذا ولتاژ القاء شده (تولید شده) در سیم صفر خواهد بود . زیرا در این حالت θ نیز صفر است .

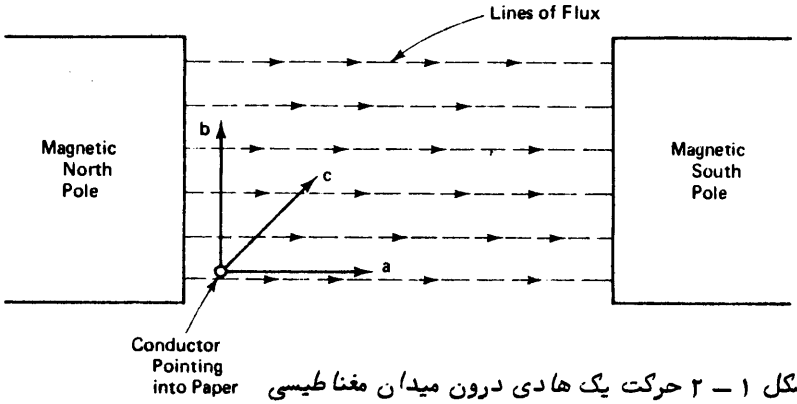
۲ – ب : اگر سیم در جهت پیکان b حرکت کند ، بیشترین خطوط شار توسط سیم قطع میگردد و لذا ولتاژ القاء شده (تولید شده) حداکثر یا ماکزیمم خواهد بود . زیرا در این حالت زاویه θ نیز ۹۰ درجه خواهد بود .

۳ – ج : در صورتیکه سیم در جهت پیکان c پیش برود ، برخی از خطوط شار توسط سیم قطع گردد در این حالت ولتاژ القا شده (تولید شده) صفر نخواهد بود ولی کمتر از حالت "۲ – ب" فوق‌الذکر خواهد بود .

---

1) Instantaneous-Voltage 2) Velocity
3) Angle 4) Parallel 5) Perpendicular

۴ ــ د : اگر حرکت سیم طوری باشد که فی‌المثل بداخل کاغذ برود و یا از صفحه کاغذ خارج شود ، در این صورت سیم هیچگونه خطوط شاری را قطع نمیکند و ولتاژ القا شده در این حالت نیز صفر است .



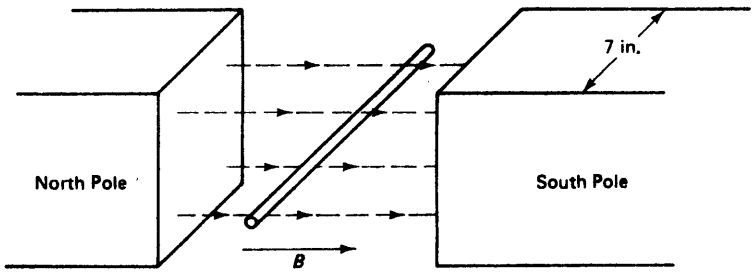
شکل ۱ ــ ۲ حرکت یک هادی درون میدان مغناطیسی

مثال ۱ ــ ۲ (سیستم ENG) . ***Example 2-1 (English)***

شکل (۲ ــ ۲) را در نظر میگیریم . اگر طول سیم ۱۰ اینچ بوده و چگالی شار $100{,}000\ \text{lines/in}^2$ باشد ، مطلوبست محاسبه ولتاژ القاء شده در سیم (هادی) مشروط بر آنکه سرعت حرکت‌هادی ۴۰ اینچ بر ثانیه باشد . این مثال را برای دو حالت زیر حساب کنید .

(a) $\theta = 35°$

(b) $\theta = 90°$ (maximum voltage)



شکل ۲ ــ ۲ دیاگرام مربوط به مثال ۱ ــ ۲

حل:

از رابطه (۱a ــ ۲) استفاده میکنیم . باید توجه کرد با آنکه طول سیم ۱۰ اینچ میباشد ولی فقط ۷ اینچ آن درون میدان قرار دارد (چرا؟)

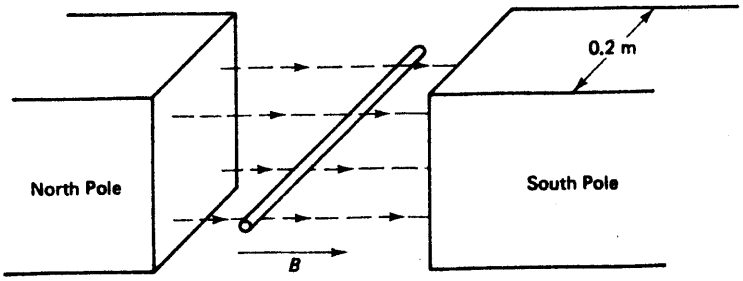
$$\text{(a)}\quad E = Blv(\sin\theta) \times 10^{-8}$$
$$= 100 \times 10^3(7)(40)(\sin 35°) \times 10^{-8}$$
$$= 16{,}060.2 \times 10^{-5}$$
$$= 0.16\ \text{V}$$
$$\text{(b)}\quad E = 100 \times 10^3(7)(40)(\sin 90°) \times 10^{-8}$$
$$= 28{,}000 \times 10^{-5}$$
$$= 0.28\ \text{V}$$

مثال ۲ ــ ۲ (سیستم SI): ***Example 2-2 (SI)***

شکل (۳ ــ ۲) را در نظر میگیریم . اگر طول سیم ۰/۵ متر باشد و چگالی شار ۱/۵ تسلا در نظرگرفته شود ، مطلوبست محاسبه ولتاژ القاء شده درسیم ، مشروط بر آنکه سرعت حرکت سیم ۱/۳ متر بر ثانیه باشد . این مثال را برای دو حالت زیر حساب کنید .

(a) $\theta = 35°$

(b) $\theta = 90°$ (maximum voltage)



شکل ۳ ــ ۲: دیاگرام مربوط به مثال ۲ ــ ۲

حل:

از رابطه (۱b ــ ۲) استفاده میکنیم . باید توجه کرد ، با آنکه طول سیم ۰/۵ متر است ولی فقط ۰/۲ متر (۲۰ سانتیمتر) آن درون میدان قرار دارد (چرا؟) .

(a) $E = Blv(\sin\theta)$

$= 1.5(0.2)(1.3)(\sin 35°)$

$= 0.22$ V

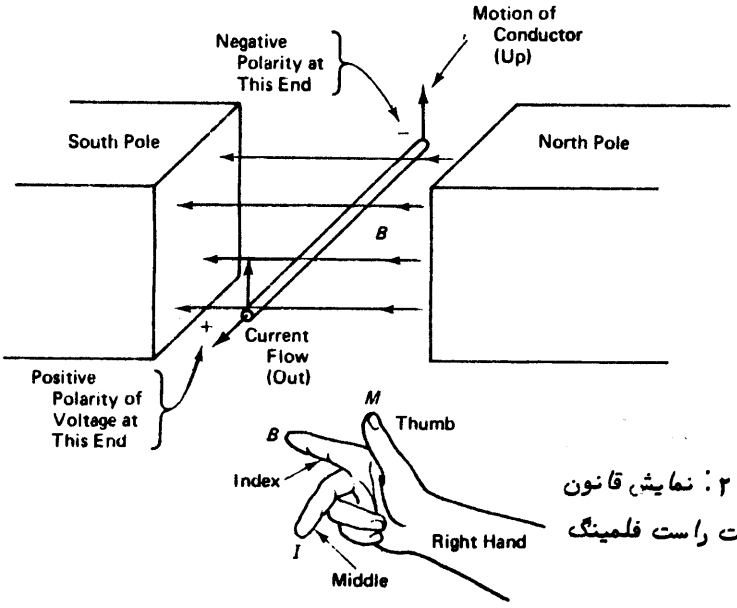
(b) $E = 1.5(0.2)(1.3)(\sin 90°)$

$= 0.39$ V

۱ ـ ۱ ـ ۲ پلارتیه[1] ولتاژ القاء شده (ولتاژ تولید شده) :

2-1.1 Polarity of the Induced Voltage

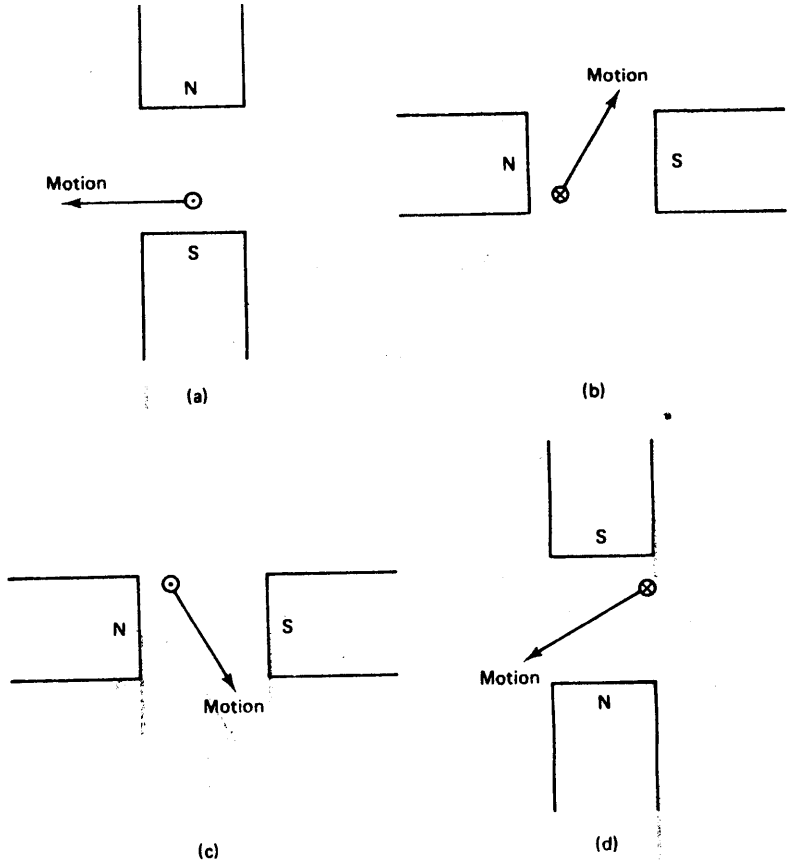
از بحث قبل دریافتیم که چگونه در یک سیم (هادی) ولتاژ القاء میگردد . اما باید به نکات مهمتری درباره این ولتاژ توجه کرد . فرض میکنیم که بدوسر سیم مورد بحث یک مدار بسته متصل میسازیم ، در اینصورت اگر در سیم ولتاژ القاء شود ، در این مدار بسته نیز جریان برقرار میگردد . همچنین باید متذکر شد که جهت این جریان به جهت شار و جهت حرکت سیم (هادی) بستگی دارد ، آقای فلمینگ توسط قانون خود مشهور به قانون دست راست فلمینگ[2] جهت این جریان را مشخص نمود .



شکل ۴ ـ ۲ : نمایش قانون دست راست فلمینگ

1) Polarity 2) Fleming's-Right-Hand-Rule

شکل (۴ – ۲) را در نظر میگیریم . اگر انگشت سبابه دست راست خود را در جهت شار مغناطیسی قرار دهیم و انگشت شست همین دست را در جهت حرکت هادی (سیم) بگذاریم ، انگشت وسطی دست راست جهت **جریان** را در صورت بسته بودن مدار سیم (هادی) نشان میدهد . همچنین همین انگشت وسطی دست راست پلارتیه ولتاژ القاء شده در هادی (سیم) را بنمایش میگذارد . البته باید توجه داشت که پلارتیه مثبت ولتاژ در امتداد انگشت وسطی دست راست خواهد بود . در اینجا یادآوری میکنیم که اگر جهت شار یا جهت حرکت هادی عوض شود (نه جهت هر دو) در اینصورت جهت جریان و پلارتیه ولتاژالقاء شده نیز عوض میگردد . اما اگر جهت شار و جهت حرکت هادی هر دو با هم عوض شوند ، در اینصورت جهت جریان و پلارتیه ولتاژ القاء شده عوض نمیگردد .



شکل ۵ – ۲ : حالتهای مربوط به مثال ۳ – ۲

مثال ۳ــ ۲: ***Example 2-3***

شکل (۵ــ ۲) را در نظر بگیرید. با استفاده از قانون دست راست فلمینگ پلارتیه ولتاژهای القاء شده را پیدا کنید.

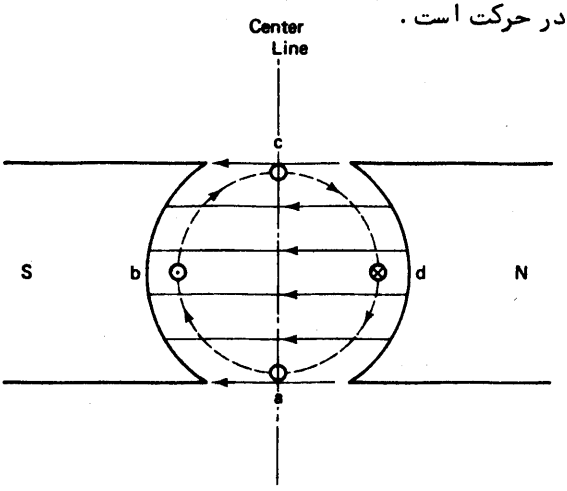
حل:

با توجه به قانون دست راست فلمینگ درمییابیم که جهت جریان در شکلهای a و c به طرف خارج صفحه کاغذ بوده و جهت جریان در شکلهای b و d بطرف داخل صفحه کاغذ خواهد بود.

۲ــ ۱ــ ۲ بررسی وضعیت یک سیم (هادی) در یک مسیر دایره‌ای

2-1.2 Single Conductor in a Circular Path

معمولا" در ژنراتورها و موتورها مسیر حرکت هادی (سیم) یک مسیر دایره‌ای است و هادی دائما" این مسیر را طی میکند. شکل (۶ــ ۲) یک حالت بسیار ساده از این مسیر دایره‌ای را نشان میدهد که هادی دائما" بین‌قطبهای شمال (۱) و جنوب (۲) (مثبت و منفی) در حرکت است.



شکل ۶ــ ۲: نمایش یک هادی که یک مسیر دایره‌ای را در جهت عقربه ساعت می‌پیماید

1) North Pole = Positive Pole
2) Negative Pole = South Pole

هرگاه هادی ۳۶۰ درجه کامل را طی کند ، در اینصورت یک سیکل کامل از ولتاژ القاء شده پدیدار خواهد شد . علت این امر بشرح ذیل است :

الف: در نقطه a هادی موازی خطوط شار حرکت کرده و لذا این خطوط را قطع نمیکند و بالنتیجه ولتاژ القاء شده نیز صفر خواهد بود .

ب: هرگاه هادی از نقطه a رهسپار نقطه b گردد در اینصورت در طول این سفر خطوط شار بیشتری را قطع میکند ولذا ولتاژ القاء شده در هر لحظه بیشتر میگردد ، تا بالاخره به نقطه b برسد که در اینجا حرکت هادی عمود بر خطوط شار بوده و در نتیجه حداکثر ولتاژ القاء شده حاصل میگردد (ولتاژ ماکزیمم) . با استفاده از قانون دست راست فلمینگ درمیابیم که پلارتیه این ولتاژ در نقطه b بطرف خارج صفحه کاغذ میباشد .

ج: هرگاه هادی از نقطه b بگذرد و بطرف c برود در اینصورت در طول این مسیر در هر لحظه خطوط شار کمتری را قطع میکند تا بالاخره به نقطه c برسد . لذا در طول مسیر b ولتاژ القاء شده سیر نزولی دارد تا بالاخره به نقطه c برود .

د: در نقطه c دوباره حرکت هادی موازی خطوط شار بوده و لذا خطوط شار قطع نمیگردد و در نتیجه ولتاژ القاء شده صفر خواهد بود .

هـ: اگر هادی از نقطه c بطرف نقطه d برود در اینصورت در هر لحظه خطوط شار بیشتری را قطع میکند و لذا ولتاژ القاء شده سیر صعودی خواهد داشت تا بالاخره به نقطه d برسیم که در اینجا ولتاژ القاء شده باز حداکثر (ماکزیمم) خواهد بود . باید توجه داشت که :

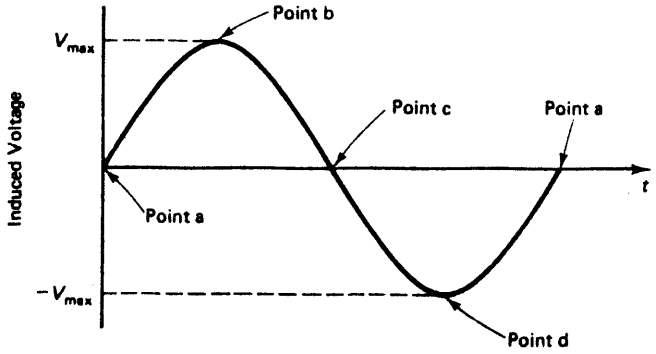
۱ ــ هـ: در طول مسیر cd پلارتیه ولتاژ عوض میشود ، زیرا دریافتیم که اگر جهت حرکت هادی عوض شود ولی جهت خطوط شار ثابت بماند ، در اینصورت پلارتیه ولتاژ نیز عوض خواهد شد .

۲ ــ هـ: با توجه به مطالب فوق ، ولتاژ القاء شده در نقطه d حداکثر (ماکزیمم) بوده ولی پلارتیه ولتاژ در این حالت بطرف داخل صفحه کاغذ است (عکس پلارتیه نقطه b) .

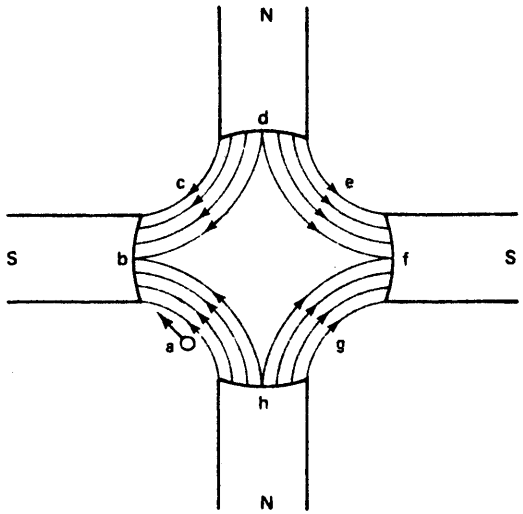
و: هرگاه هادی به دوران خود ادامه دهد (مسیر da) در اینصورت دائما" خطوط شار کمتری را قطع میکند تا بالاخره به مبداء اولیه (نقطه a) برسد . در اینجا باز ولتاژ القائی صفر خواهد شد . باید خاطر نشان ساخت که پلارتیه ولتاژ در مسیر da مطابق پلارتیه ولتاژ در مسیر cd بوده ولی مقدار ولتاژ القاء شده بر عکس مسیر c d

که سیر صعودی داشت در اینحالت سیر نزولی پیدا میکند .

شکل (۷ ــ ۲) تغییرات ولتاژ القاء شده را بر حسب زمان نشان میدهد و نقاط مسیر حرکت (d, c, b, a) نیز بر روی شکل مشخص شده است , همانطور که از شکل پیداست پلارتیه ولتاژ در مسیر abc مثبت و در مسیر cda منفی خواهد بود .

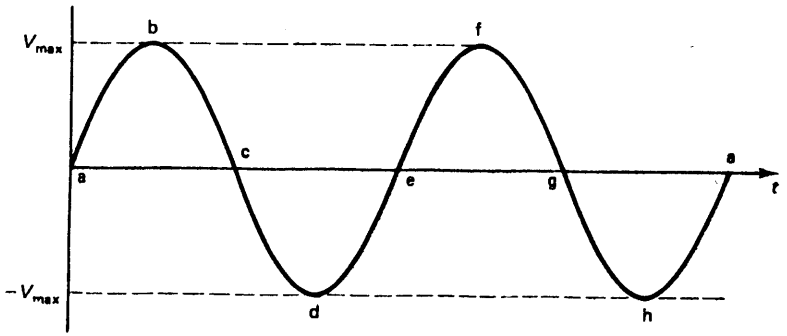


شکل ۷ ــ ۲ : تغییرات ولتاژ القاء شده در یک هادی برحسب زمان



شکل ۸ ــ ۲ : نمایش یک هادی که درون یک میدان ۴ قطبی در جهت عقربه ساعت می‌چرخد

اگر بجای دو قطب شمال و جنوب (مثبت و منفی) از ۴ قطب شمال و جنوب (مثبت و منفی) استفاده شود (شکل ۸ ــ ۲) و دوباره هادی را بین این قطبها به دوران درآوریم، در اینصورت با اندکی تفکر در میبابیم که اگر هادی ۳۶۰ درجه کامل بچرخد در اینصورت ۲ سیکل کامل از ولتاژ القاء شده پدیدار میشود. همچنین باید خاطر نشان ساخت هرگاه هادی در مقابل هر یک از قطبها قرار گیرد ولتاژ القاء شده در هادی ماکزیمم (حداکثر) خواهد بود. البته در اینجا فرض بر آن است که سرعت دوران در حالت ۴ قطبی با سرعت دوران در حالت ۲ قطبی (۱) یکسان میباشد. شکل (۹ ــ ۲) تغییرات ولتاژ القاء شده را برای یک سیستم ۴ قطبی (۲) نشان میدهد. در اینجا تذکر میدهیم که اگر تعداد قطبها دو برابر شود، فرکانس (۳) ولتاژ القاء شده نیز دو برابر میگردد. مشروط بر آنکه سرعت دوران هادی تغییر ننماید.



شکل ۹ ــ ۲: تغییرات ولتاژ القاء شده در یک هادی برحسب زمان در یک سیستم چهارقطبی

۳ ــ ۱ ــ ۲ ولتاژ القاء شده متوسط در یک هادی

2-1.3 Average Voltage Induced by a Single Conductor

از رابطه (۱ ــ ۲) میتوان استفاده کرد و ولتاژ القاء شده لحظه‌ای (۴) را در یک هادی محاسبه نمود. اما باید قادر باشیم ولتاژ القاء شده متوسط (۵) را نیز برای یک هادی که مسیر دایره‌ای را طی میکند حساب کنیم. (شکل ۶ ــ ۲) را در نظر میگیریم. ولتاژ القاء شده متوسط برای این هادی در طول مسیر ab (ولتاژ صفر تا ولتاژ ماکزیمم)

1) Two-Pole 2) Four-pole 3) Frequency
4) Instantaneous-Voltage 5) Average-Voltage

اینچنین بدست می‌آید .

در سیستم (ENG) داریم : $E_g = \frac{1}{2}\frac{\phi}{t} \times 10^{-8}$ (2-2a)

در سیستم (SI) داریم : $E_g = \frac{1}{2}\frac{\phi}{t}$ (2-2b)

در روابط اخیر ϕ مبین شار بوده و باید به واحد آن در سیستمهای آحادی مختلف توجه نمود . همچنین در روابط فوق‌الذکر t نشانگر زمان بر حسب ثانیه میباشد و البته t همان زمانی است که هادی مسیر ab را طی میکند .

مثال ۴ – ۲ (سیستم ENG) : ***Example 2-4 (English)***

شکل (۶ – ۲) را درنظر میگیریم که در آن هادی با سرعت ۱۲۰۰ دور دردقیقه دوران میکند ، اگر شار هر قطب (۱) 100 kilolines, باشد ، مطلوبست محاسبه ولتاژ القاء شده متوسط در هادی.

حل:

از رابطه (۲a – ۲) استفاده میکنیم . در اینجا باید زمان t را حساب نمود . اگر سرعت ۱۲۰۰ دور در دقیقه باشد داریم $1200\frac{\text{rev}}{\text{min}} \times \frac{1}{60\frac{\text{s}}{\text{min}}} = 20 \text{ rev/s}$

یعنی اگر هادی در هر ثانیه ۲۰ دور بچرخد ، در اینصورت هر دور دوران $\frac{۱}{۲۰}$ ثانیه طول میکشد . برای سیستم دوقطبی t مدت‌زمان لازم برای $\frac{۱}{۴}$ دور کامل خواهد بود (چرا؟)

لذا : $t = \frac{1}{4} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{80} = 0.0125 \text{ s}$

در نتیجه :

$$E_g = \frac{1}{2}\frac{\phi}{t} \times 10^{-8}$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{100 \times 10^3}{0.0125}\right) \times 10^{-8}$$
$$= 0.04 \text{ V}$$

مثال ۵ – ۲ (سیستم SI) : ***Example 2-5 (SI)***

شکل (۶ – ۲) را درنظر میگیریم . اگر سرعت هادی ۱۲۵ رادیان بر ثانیه بوده و شار هر قطب ۰/۰۰۱ وبر باشد ، مطلوبست محاسبه ولتاژ القاء شده متوسط در هادی .

---

1) FLUX-PER-Pole

حل:

از رابطه (۲ b ـ ۲) استفاده میکنیم . در اینجا باید زمان (t) را حساب کرد . اگر سرعت ۱۲۵ رادیان بر ثانیه باشد ، در اینصورت زمان لازم برای اینکه هادی یک رادیان بچرخد $\frac{1}{125}$ ثانیه خواهد بود . در سیستم دو قطبی t زمان لازم برای دوران $\pi/2$ رادیان (۹۰ درجه) خواهد بود (چرا؟) . لذا:

$$t = \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{125} = 0.0126 \text{ s}$$

پس:

$$E_g = \frac{1}{2}\frac{\phi}{t}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1 \times 10^{-3}}{0.0126}\right)$$

$$= 0.397 \text{ V}$$

از مثالهای فوق در میبابیم که محاسبه زمان (t) قدری مشکل است . برای سهلتر کردن محاسبات ، میتوان معادلات (۲ ـ ۲) را بر حسب تعداد قطبها اینچنین نوشت:

در سیستم (ENG) داریم : $E_g = \frac{\phi PS \times 10^{-8}}{60}$ (2-3a)

در سیستم (SI) داریم : $E_g = \frac{\phi P \omega}{2\pi}$ (2-3b)

در روابط اخیر p نشانگر تعداد قطبهاست فی‌المثل در شکل (۸ ـ ۲) ، p مساوی ۴ میباشد . در روابط (۳ ـ ۲) ϕ شار هر قطب بوده و S یا ω سرعت زاویه‌ای هادی میباشند . البته باید به آحاد این کمیت‌ها در دو سیستم آحادی مورد نظر توجه کرد .

مثال ۶ ـ ۲ (سیستم ENG): ***Example 2-6 (English)***

یک هادی با سرعت ۴۰۰۰ دور در دقیقه بین دو قطب میچرخد ، مطلوبست .

(الف): ولتاژ القاء شده متوسط در هادی اگر شار هر قطب 300 kilolines باشد .

(ب): اگر بخواهیم ولتاژ القاء شده متوسط یک ولت باشد ، شار هر قطب چقدر است .

حل:

الف: از رابطه (۳ a ـ ۲) کمک میگیریم . لذا: $E_g = \frac{300k(2)(4000) \times 10^{-8}}{60}$

$= 0.4 \text{ V}$

ب: از رابطه (a ۳ ـ ۲) استفاده میکنیم و البته در اینحالت مجهول مورد نظر شار خواهد بود.

$$E_g = \frac{\phi PS \times 10^{-8}}{60}$$

$$\phi = \frac{60E_g}{PS \times 10^{-8}} \quad \phi = \frac{60(1)}{2(4000) \times 10^{-8}}$$

$$= 750{,}000 \text{ lines} = 750 \text{ kilolines}$$

مثال ۷ ـ ۲ (سیستم (SI)): ***Example 2-7 (SI)***

یک هادی بین دو قطب با سرعت ۴۰۰ رادیان در ثانیه میچرخد، مطلوبست:

(a): ولتاژ القاء شده متوسط، مشروطبرآنکه شار هر قطب ۰/۰۰۳ وبر باشد.

(b): اگر بخواهیم ولتاژ القاء شده متوسط یک ولت باشد، شار هر قطب را حساب کنید.

حل:

(a): از رابطه (b ۳ ـ ۲) داریم:

$$E_g = \frac{3 \times 10^{-3} \times 2 \times 400}{2\pi}$$

$$= 0.38 \text{ V}$$

(b): از رابطه (b ۳ ـ ۲) استفاده میکنیم. البته در اینحالت مجهول مورد نظر شار است.

$$E_g = \frac{\phi P \omega}{2\pi}$$

$$\phi = \frac{2\pi E_g}{P\omega} \quad \phi = \frac{2\pi(1)}{2(400)}$$

$$= 7.9 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

۲ ـ ۲ ولتاژالقا شده در یک کلاف (۱): 2-2 VOLTAGE INDUCED BY A COIL

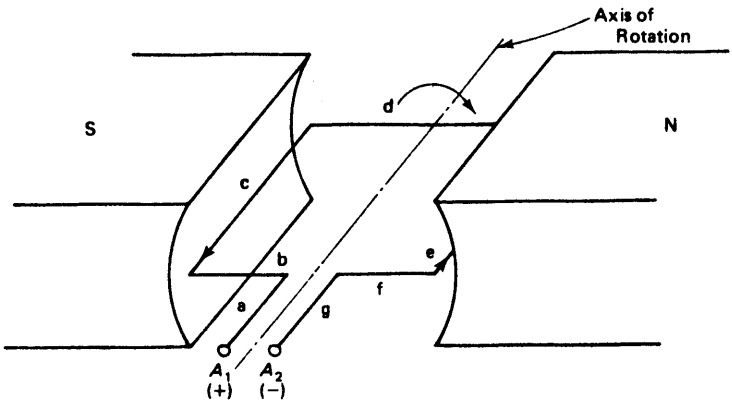
اگر مفهوم ولتاژ القاء شده در یک هادی را خوب درک کرده‌باشیم، میتوان اثرات چند هادی دوار را نیز مورد بررسی قرار دهیم. شکل (۱۰ ـ ۲) را در نظر میگیریم که‌درآن یک‌کلاف تک دوری (۲) بنمایش گذاشته شده است و این کلاف در جهت عقربه‌های ساعت (۳) بین دو قطب میچرخد. باید توجه داشت که فقط هادیهای C و

---

1) Coil 2) Single-turn-Coil
3) Clockwise=CW

e خطوط شار را قطع میکنند و هادیهای d ، b و f در صفحاتی موازی خطوط شار میچرخد و لذا خطوط شاررا قطع نمیکنند . هادیهای a و g نیز خارج میدان مغناطیسی بوده و در نتیجه ایندو نیز خطوط شار راقطع نخواهد کرد . از این بحث نتیجه میشود که در یک کلاف تک دوری فقط در دو هادی ولتاژ القاء میگردد . بطور کلی اگر یک کلاف N دوری داشته باشیم ، تعداد هادیهای موثر در ولتاژ القائی $2N$ خواهد بود .

$$z = 2N \qquad (2\text{-}4)$$



شکل ۱۰ ــ ۲ : نمایش دوران یک کلاف تک دوری درون یک میدان مغناطیسی

حال دوباره شکل (۱۰ ــ ۲) را در نظر میگیریم و قانون دست راست فلمینگ را اعمال میکنیم . در اینصورت‌در میبابیم که پلارتیه ولتاژ القاء شده در هادی c بطرف خارج صفحه‌کاغذ بوده‌و پلارتیه ولتاژ القاء شده در هادی e بطرف داخل صفحه کاغذ میباشد . نتیجه آنکه ولتاژ بین دو سر کلاف (A_1A_2) مجموع ولتاژ لحظه‌ای در هادیهای c و e میباشد . این‌واقعیت‌که این دو ولتاژ با هم جمع میشوند ، ما را قادر میسازد که ولتاژالقاء شده‌متوسط در یک‌کلاف تک دوری را حساب کنیم . این ولتاژ متوسط دو برابر ولتاژیست که برای یک هادی بدست آوریم . حال میتوان رابطه (۳ ــ ۲) را برای یک کلاف N دوری اینچنین نوشت :

در سیستم (ENG) داریم :
$$E_g = \frac{z\phi PS \times 10^{-8}}{60} \qquad (2\text{-}5a)$$

در سیستم (SI) داریم :
$$E_g = \frac{z\phi P\omega}{2\pi} \qquad (2\text{-}5b)$$

در روابط اخیر Z تعداد هادیهای موثر در کلاف محسوب میشود ، همچنین براحتی میتوان روابط فوق را اینچنین نوشت :

در سیستم (ENG) داریم :

$$E_g = \frac{N\phi PS \times 10^{-8}}{30} \qquad (2\text{-}6a)$$

در سیستم (SI) داریم :

$$E_g = \frac{N\phi P\omega}{\pi} \qquad (2\text{-}6b)$$

در روابط (۶ – ۲) N تعداد دورهای کلاف خواهد بود .

مثال ۸ – ۲ (سیستم ENG) : ***Example 2-8 (English)***

یک کلاف ۲۰۰ دوری مفروض است و با سرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه درون یک سیستم ۴ قطبی میچرخد . اگرشار هر قطب 300 kilolines, باشد ، ولتاژ القاء شده متوسط در کلاف را حساب کنید .

حل :

میتوان از هر یک از روابط (۵ a – ۲) یا (۶ a – ۲) کمک گرفت . از رابطه (۵ a – ۲) داریم :

$$E_g = \frac{400(300k)(4)(1800) \times 10^{-8}}{60}$$
$$= 144 \text{ V}$$

مثال ۹ – ۲ (سیستم SI) : ***Example 2-9 (SI)***

یک کلاف ۲۰۰ دوری مفروض است و با سرعت ۱۹۰ رادیان در ثانیه درون یک سیستم ۴ قطبی میچرخد . اگر شار هر قطب ۰/۰۰۳ وبر باشد ، ولتاژ القاء شده متوسط در کلاف راحساب کنید .

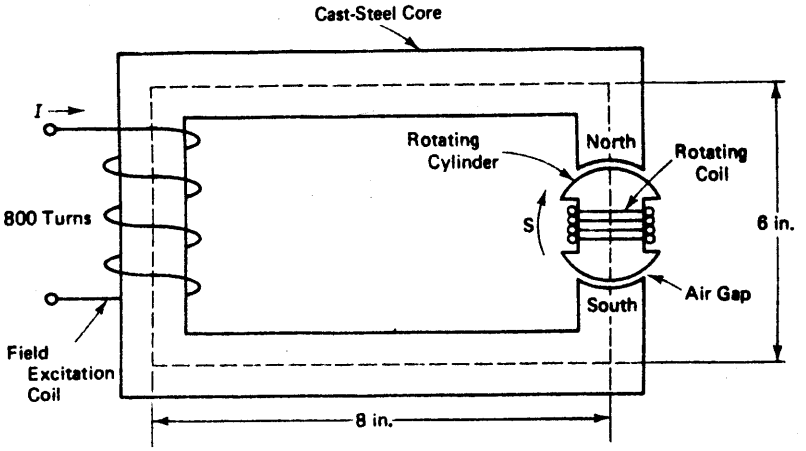
حل :

ازهریک ازروابط (۵ b – ۲) یا (۶ b – ۲) میتوان استفاده‌کرد . با استفاده از رابطه (۵ b – ۲) داریم :

$$E_g = \frac{400(3 \times 10^{-3})(4)(190)}{2\pi}$$
$$= 145.1 \text{ V}$$

مثال ۱۰ ــ ۲ (سیستم ENG) : ***Example 2-10 (English)***

شکل (۱۱ ــ ۲) را در نظر میگیریم . در این سیستم یک کلاف ۵۰ دوری بدور استوانه‌ای از جنس فولاد ریخته‌گری پیچیده شده است و این استوانه باسرعت ۱۸۰۰ دور در دقیقه میچرخد . مطلوبست محاسبه جریان در سیم پیچ تحریک این سیستم ، مشروط بر آنکه بخواهیم ولتاژ القاء شده متوسط در کلاف دوار ۲۵ ولت باشد . سطح مقطع



شکل ۱۱ ــ ۲ : هسته مربوط به مثال ۱۰ ــ ۲

موثر هسته ساکن و استوانه را ۴ اینچ مربع در نظر بگیرید و فواصل هوائی را نیز ۰/۰۵ اینچ فرض کنید . جنس هسته ساکن نیز از نوع فولاد ریخته‌گری می‌باشد .

حل:

این مثال از دو قسمت تشکیل شده است .

الف: قسمت اول بر اساس مطالب فصل دوم (همین فصل) حل و فصل میگردد .

ب: قسمت دوم بر اساس مطالب فصل اول حلاجی میشود .

ابتدا شار مورد نظر جهت تولید ولتاژ را حساب میکنیم . برای این منظور از رابطه (a ۶ ــ ۲) کمک میگیریم . سپس بقیه مساله مشابه مثال (۱۵ ــ ۱) در فصل اول خواهد بود . یعنی با دانستن شار مورد نظر MMF سیم پیچ تحریک و جریان آنرا حساب میکنیم .

قسمت اول :

با استفاده از رابطه (a ۶ ــ ۲) داریم :

$$\phi = \frac{30E_g}{NPS \times 10^{-8}}$$

لذا :

$$\phi = \frac{30(25)}{50(2)(1800)(10^{-8})}$$

$$= 416{,}667 \text{ lines} = 416.67 \text{ kilolines}$$

قسمت دوم :

با دانستن شار (ϕ) میتوان جدول (۲ ــ ۲) را تکمیل نمود تا با توجه به MMF آن مورد نیاز محاسبه گردد . در اینجا خاطر نشان میسازیم که قسمت اعظم این مدار مغناطیسی ازجنس فولاد ریخته‌گری بوده و دو فاصله هوائی بسیار کوچک نیز وجود دارد .

Table 2-2 جدول ۲ ــ ۲

Part	ϕ	A	B	H	l	$H \times l$
Cast steel	416.67k	4	104.2k	135	28	3780
Two air gaps	416.67k	4	104.2k	32,665	0.1	3267
Total MMF						7047

طرز پر کردن جدول‌فوق‌را بطورخلاصه شرح میدهیم . ابتدا چگالی‌شار را حساب میکنیم :

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{416.67k}{4} = 104.2 \text{ kilolines/in}^2$$

از شکل (۶ ــ ۱) استفاده کرده و H را برای قسمت فولاد ریخته‌گری بدست می‌آوریم (135 A-turns/in) برای دو فاصله هوائی H را اینچنین حساب میکنیم :

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

$$= \frac{104.2}{3.19 \times 10^{-3}}$$

$$= 32{,}665 \text{ A-turns/in.}$$

حال افتهای $H \times l$ را محاسبه میکنیم . در نتیجه :

$$\text{total MMF} = 3780 + 3267 = 7047 \text{ A-turns}$$

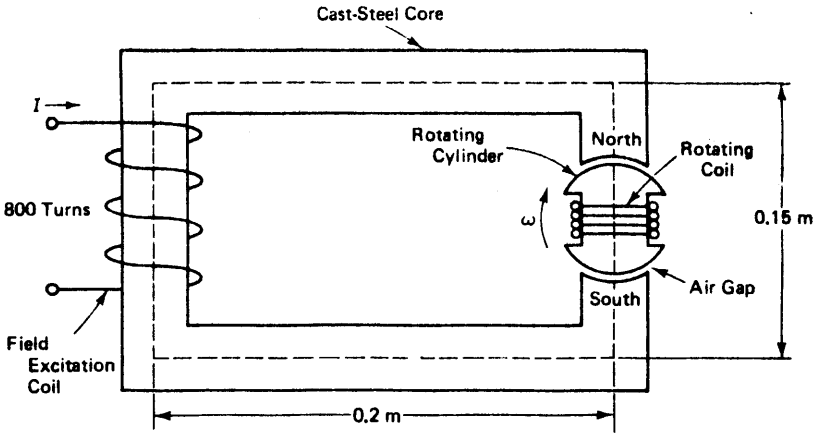
از رابطه (a ۳ ــ ۱) داریم :

$$7047 = NI = 800I$$

$$I = \frac{7047}{800} = 8.8 \text{ A}$$

مثال ۱۱ ــ ۲ (سیستم SI) : ***Example 2-11 (SI)***

شکل (۱۲ــ۲) را در نظر میگیریم . در این سیستم یک کلاف ۵۰ دوری بدور استوانه‌ای از جنس فولاد ریخته‌گری پیچیده شده است واین استوانه با سرعت ۱۸۸ رادیان بر ثانیه میچرخد . مطلوبست محاسبه جریان در سیم پیچ تحریک این سیستم مشروط بر آنکه بخواهیم ولتاژ القاء شده متوسط در کلاف دوار ۲۵ ولت گردد . سطح مقطع موثر هسته ساکن و استوانه را ۰/۰۰۲۵ متر مربع و فواصل هوائی را نیز ۰/۰۰۱۳ متر فرض کنید . جنس هسته ساکن نیز از نوع فولاد ریخته‌گری است .



شکل ۱۲ ــ ۲ : هسته مربوط به مثال ۱۱ ــ ۲ :

حل :

این مثال از دو قسمت تشکیل شده است .

الف : قسمت اول بر اساس مطالب فصل دوم (همین فصل) بررسی میشود .

ب : قسمت دوم بر اساس مطالب فصل اول حلاحی میگردد .

ابتدا شار مورد نظر جهت تولید ولتاژ را بدست می‌آوریم . برای این منظور از رابطه (b ۶ ــ ۲) استفاده میشود . سپس بقیه مساله مشابه مثال (۱۶ ــ ۱) خواهد بود ، یعنی با دانستن شار مورد نظر MMF سیم پیچ تحریک و جریان آنرا حساب مینمائیم .

قسمت اول:

با استفاده از رابطه (۲ – ۶ b) داریم:

$$\phi = \frac{E_g \pi}{NP\omega}$$

لذا:

$$\phi = \frac{25\pi}{50(2)(188)}$$

$$= 4.178 \times 10^{-3}\ \text{Wb}$$

قسمت دوم:

با دانستن شار (ϕ) میتوان جدول (۳ – ۲) را پر نمود تا با توجه به آن MMF مورد نیاز حساب شود. در اینجا متذکر میشویم که قسمت اعظم این مدار مغناطیسی از جنس فولاد ریخته‌گری بوده و دو فاصله هوائی بسیار کوچک نیز وجود دارد.

جدول ۳ – ۲ *Table 2-3*

Part	ϕ	A	B	H	l	$H \times l$
Cast steel	4.18×10^{-3}	2.5×10^{-3}	1.67	7.3k	0.7	5110
Two air gaps	4.18×10^{-3}	2.5×10^{-3}	1.67	1329k	2.6×10^{-3}	3455
Total MMF						8565

طرز پر کردن جدول فوق را بطور خلاصه شرح میدهیم. ابتدا چگالی‌شار را حساب میکنیم.

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4.18 \times 10^{-3}}{2.5 \times 10^{-3}}$$

$$= 1.67\ \text{Wb/m}^2\text{(T)}$$

از شکل (۷ – ۱) استفاده کرده و H را برای قسمت فولاد ریخته‌گری حساب میکنیم (۷/۳ کیلو آمپر بر متر). برای دو فاصله هوائی، H اینچنین بدست می‌آید.

$$H = \frac{B}{\mu_0}$$

$$= \frac{1.67}{4\pi \times 10^{-7}}$$

$$= 1329\ \text{kA/m}$$

حال افتهای $H \times l$ را محاسبه مینمائیم. در نتیجه

$$\text{total MMF} = 5110 + 3455 = 8565$$

از رابطه (۳ b – ۱) داریم :

$$8565 = NI = 800I$$

$$I = \frac{8565}{800} = 10.7 \text{ A}$$

۳ – ۲ قانون لنز (۱) : 2-3 LENZ'S LAW

حال دوباره بشکل (۱۰ – ۲) برمیگردیم . اگر بخواهیم کلاف را در این شکل بدوران درآوریم در اینصورت با مشکل عمده‌ای مواجه نخواهیم بود . فقط تنها عوامل مخالفت کننده نسبت به این دوران بشرح زیراند :

الف : نیروی اصطکاک (۲) که همواره در هر حرکتی وجود دارد .

ب : مقاومت هوا (باد) (۳)

اما اگر به کلاف فوق‌الذکر مدار بسته‌ای متصل کنیم در اینصورت جریان در کلاف برقرار میگردد . حال اگر بخواهیم کلاف را بدوران درآوریم در این صورت عوامل مخالفت کننده نسبت به این دوران بشرح زیراند .

الف : نیروی اصطکاک که در فوق بشرح دادیم .

ب : مقاومت هوا (باد) که در بالا ذکر نمودیم .

ج : نیروی مغناطیسی (۴) که با افزایش جریان کلاف زیاد میگردد .

باید گفت که بخاطر همین پدیده نیروی مغناطیسی است که چرخش ژنراتور باردار مشکل میباشد . حال درباره پدیده نیروی مغناطیسی که به قانون لنز مشهور است بیشتر صحبت میکنیم . شکل (۱۳ a – ۲) را در نظر میگیریم که در آن هادی درون میدان مغناطیسی قرار دارد و بسمت بالا حرکت میکند . اگر به این هادی یک مدار بسته‌ای متصل باشد بطوریکه از هادی جریان عبور نماید در این صورت جهت جریان هادی بطرف خارج صفحه کاغذ خواهد بود . حال بشکل (۱۳ b – ۲) توجه میکنیم ، در این صورت جریان عبوری از هادی نیز خود میدان مغناطیسی بوجود می‌آورد . قانون لنز اینچنین میگوید که این میدان مغناطیسی تولید شده همواره با حرکتی که منجر به القاء ولتاژ در هادی میگردد مخالفت میکند . شکل (۱۳ c – ۲) را در نظر میگیریم در این شکل منتجه برداری دو میدان بنمایش گذاشته شده است . با توجه به این شکل در مییابیم که میدان در بالای هادی بمراتب پرتراکم‌تر از میدان در زیر هادیست . بخاطر همین عدم تعادل در میدان

---

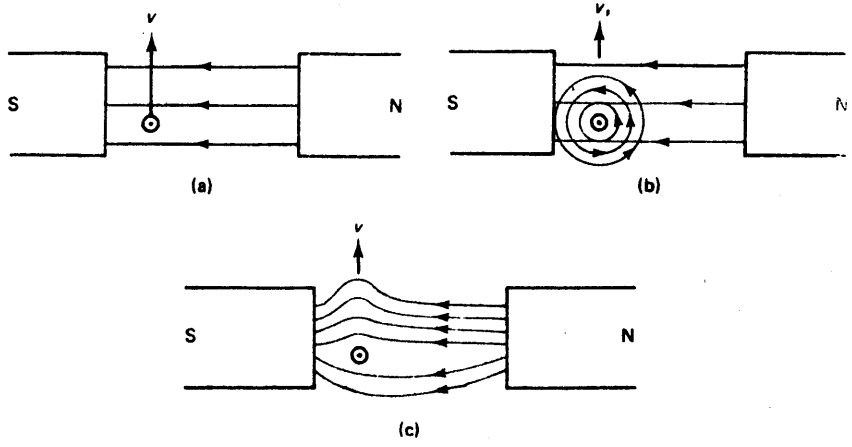
1) Lenz's -LAW 2) Friction
3) Wind-Resistance 4) Magnetic Force

است که نیروی مخالفت کننده (باز دارنده) در مقابل حرکت هادی پدیدار میشود . باید خاطر نشان ساخت که با افزایش جریان هادی عدم تعادل در میدان بیشتر شده و لذا نیروی باز دارنده نیز افزونتر میشود .

۴ – ۲ – نیروی[1] تولید شده توسط یک هادی (سیم) :

2-4 FORCE PRODUCED BY A CONDUCTOR

در قسمتهای (۱ – ۲) تا (۳ – ۲) این فصل راجع به اصول ولتاژ القاء شده (تولید شده) صحبت کردیم . گفتیم که اگر بوسیله یک نیروی خارجی بتوانیم هادی را درون یک میدان مغناطیسی بدوران درآوریم ، در هادی ولتاژ القاء میشود . در ادامه این فصل راجع به اصول پیدایش گشتاور[2] (کوپل) در موتورها صحبت میکنیم .



شکل ۱۳ – ۲ :

a : هادی متحرک درون میدان مغناطیسی . فقط میدان حاصله از قطبها نشان داده شده است .

b : هادی متحرک درون میدان مغناطیسی ، هر دو میدان حاصله از قطبها و جریان هادی بنمایش گذاشته شده است .

c : هادی متحرک درون میدان مغناطیسی ، میدان منتجه رسم شده است .

---

1) Force 2) Torque

۱ – ۴ – ۲ قانون بیوساوار: (۱) 2-4.1 Biot–Savart Law

قانون بیاساوار از نظر ریاضی مطابق روابط (۷ – ۲) است و میتوان با استفاده از این روابط نیروی حاصله (نیروی تولید شده) توسط سیمی که از آن جریان میگذرد و درون میدان مغناطیسی قرار دارد را حساب نمود. در سیستم ENG داریم:

$$F = 0.885BIl \times 10^{-7} \qquad (2\text{-}7a)$$

در سیستم (SI) داریم:

$$F = BIl \qquad (2\text{-}7b)$$

برای استفاده از روابط (۷ – ۲) باید به‌آحاد مندرجه در جدول (۴ – ۲) استفاده کرد. در روابط (۷ – ۲)، l طول موثر هادی در میدان مغناطیسی محسوب میشود.

جدول ۴ – ۲ *Table 2-4*

English (Eq. 2-7a)		SI (Eq. 2-7b)	
F	pounds	F	newtons
B	lines/in^2	B	webers/m^2 (tesla)
l	inches	l	meters
I	amperes	I	amperes

۲ – ۴ – ۲ جهت نیرو: 2-4.2 Direction of Force

برای پیدا کردن‌جهت (۲) نیروی تولید شده توسط یک هادی حامل جریان که درون میدان مغناطیسی قرار دارد از قانون دست چپ (۳) استفاده میشود (شکل ۱۴ ۲). اگر انگشت سبابه‌دست چپ جهت شار را نشان دهد و انگشت وسط دست چپ جهت جریان هادی را بنمایش بگذارد، در اینصورت انگشت شست دست چپ جهت نیروی تولید شده توسط هادی را مشخص خواهد نمود.

مثال ۱۲ – ۲: *Example 2-12*

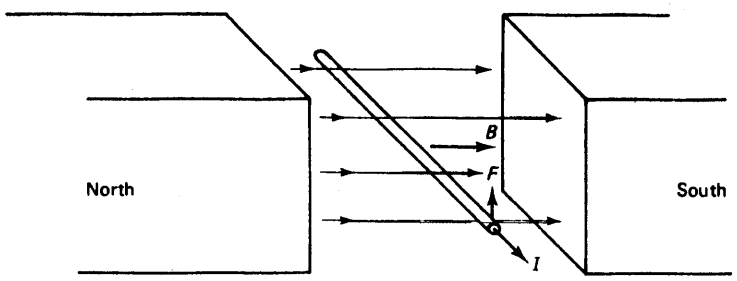
شکل (۱۵ – ۲) را در نظر میگیریم، جهت نیروی تولید شده توسط هادی برای هر شکل مشخص شده است. با توجه به قانون دست چپ بگوئید آیا این جهت‌ها صحیح هستند یا نه.

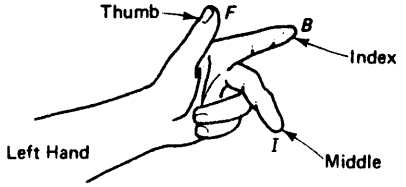
حل:

بلی همگی صحیح هستند.

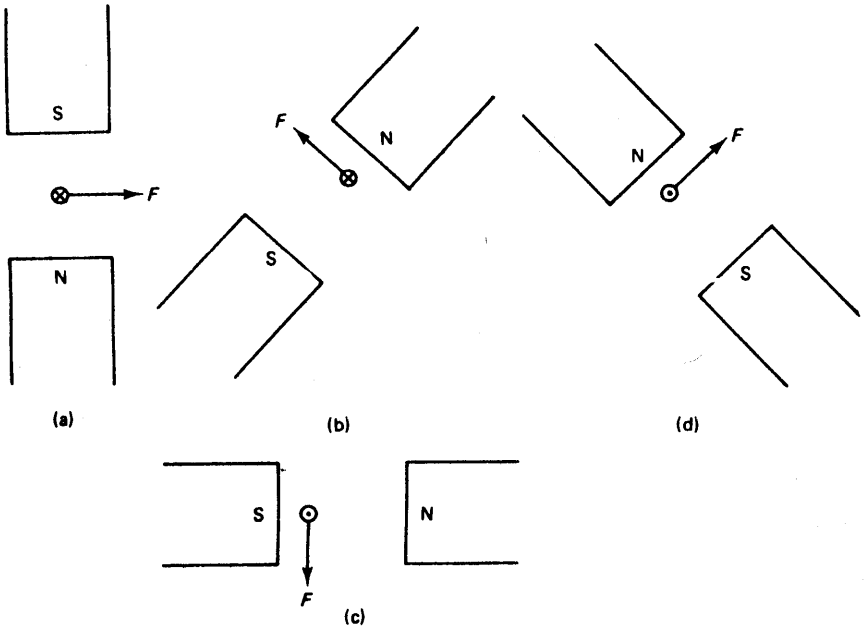
---

1) Biot-Savart-Law 2) Direction
3) Left-Hand-Rule





شکل ۱۴ ــ ۲: نمایش قانون دست چپ

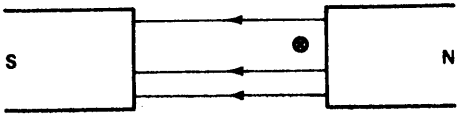


شکل ۱۵ ــ ۲: در دو شکل (a) و (b) جهت جریان بطرف داخل صفحه کاغذی می‌باشد در دو شکل (c) و (d) جهت جریان بطرف خارج صفحه کاغذ می‌باشد

مثال ۱۳ ــ ۲ (سیستم ENG): ***Example 2-13 (English)***

شکل (۱۶ ــ ۲) را در نظر میگیریم . طول هادی در این سیستم ۱۰ اینچ میباشد . مقطع قطبها مربع شکل و به ابعاد ۶ اینچ در نظر گرفته میشود . اگر شار 400,000 lines. در نظر گرفته شود ، مقدار و جهت نیروی تولید شده (نیروی حاصله) را پیدا کنید . فرض کنید که جریان هادی ۸ آمپر باشد وجهت آن بطرف داخل صفحه کاغذ در نظر گرفته شود .

شکل ۱۶ ــ ۲ **Figure 2-16**



حل:

از رابطه (۷a ــ ۲) استفاده میکنیم ولی باید توجه کرد که طول موثر هادی ۶ اینچ است (چرا؟) ابتدا از رابطه (۲a ــ ۱) استفاده کرده وچگالی شار (B) را حساب میکنیم . لذا

$$A = 6 \times 6 = 36 \text{ in}^2$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{400k}{36}$$

$$= 11.11 \text{ kilolines/in}^2$$

پس:

$$F = 0.885Bil \times 10^{-7}$$

$$= 0.885 \times 11.11 \times 10^3 \times 8 \times 6 \times 10^{-7}$$

$$= 0.0472 \text{ lb}$$

با استفاده از قانون دست چپ‌درمی‌یابیم نیرو بسمت بالا خواهد بود .

مثال ۱۴ ــ ۲ (سیستم SI): ***Example 2-14 (SI)***

شکل (۱۷ ــ ۲) را در نظر میگیریم . طول هادی در این سیستم ۳۰ سانتیمتر میباشد . مقطع قطب‌ها مربع شکل و به ابعاد ۲۰ سانتیمتر در نظر گرفته میشود . اگر شار ۰/۰۰۴ وبر باشد ، مقدار و جهت نیروی حاصله (تولید شده) را حساب کنید ، فرض بر آن است که‌جریان هادی ۸ آمپر باشد و جهت آن بطرف داخل کاغذ در نظر گرفته شود .