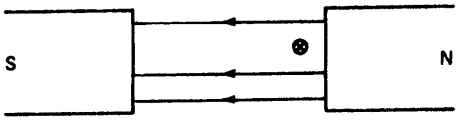


شکل ۱۷ ــ ۲

حل:

از رابطه (۷b ــ ۲) استفاده میکنیم ولی باید توجه کرد که طول موثر هادی ۲۰ سانتیمتر است (چرا؟) ابتدا از رابطه (۲b ــ ۱) استفاده کرده و چگالی شار (B) را حساب میکنیم لذا:

$$A = 0.2 \times 0.2 = 0.04 \text{ m}^2$$

$$B = \frac{\phi}{A} = \frac{4 \times 10^{-3}}{0.04}$$

$$= 0.1 \text{ Wb/m}^2 \text{ (T)}$$

پس:

$$F = BIl$$

$$= 0.1 \times 8 \times 0.2$$

$$= 0\ 16 \text{ N (newtons)}$$

با استفاده از قانون دست چپ درمی‌یابیم که جهت نیرو بسمت بالا است.

۵ ــ ۲ گشتاور (کوپل) تولید شده توسط یک هادی (یک سیم)

2-5 TORQUE DEVELOPED BY A CONDUCTOR

یک هادی‌را بر روی یک استوانه سوار میکنیم و فرض مینمائیم که استوانه آزادانه بتواند دوران کند (شکل ۱۸ ــ ۲). اگر از این هادی جریان بگذرد نیروئی حاصل میشود (در قسمت قبل درباره اینموضوع صحبت کردیم). میدانیم اگر نیروئی بر بدنه جسمی اثر کند و آن جسم آزادانه بتواند حول محوری بحرکت درآید، در این صورت گشتاور (کوپل) حاصل خواهد شد. گشتاور (کوپل) از نظر مقدار این چنین حساب میشود:

در سیستم (ENG) داریم: $T = F \times r$ (2-8a)

در سیستم (SI) داریم: $T = F \times r$ (2-8b)

در روابط اخیر F نیرو، r فاصله و T گشتاور (کوپل) میباشد. باید توجه کرد که:

الف: در سیستم (ENG) واحد F پوند بوده و در سیستم (SI) واحد F نیوتون است.

ب: در سیستم (ENG) واحد r فوت بوده و در سیستم (SI) واحد r متر است.

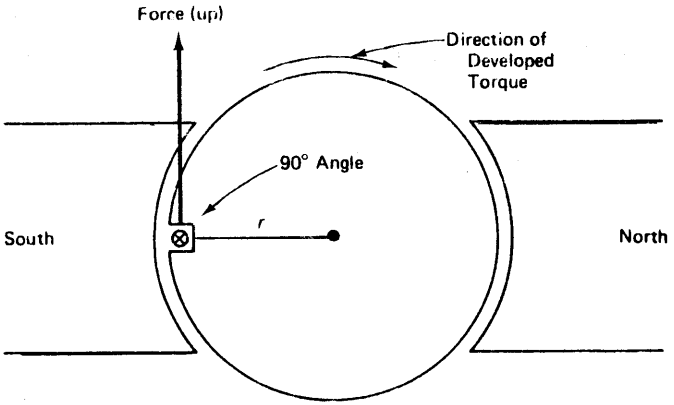
ج: در سیستم (ENG) واحد T پوند ـ فوت (Lb-Ft) بوده و در سیستم (SI) واحد T نیوتون متر (Nm) میباشد.

در اینجا یادآوری میکنیم که در روابط فوق r فاصله عمودی محل تاثیر نیرو تا محور دوران میباشد.

گشتاور حاصله در شکل (۱۸ ـ ۲) باعث میشود که استوانه بچرخد. با چرخش استوانه هادی وضعیتهای حدیدی اختیار میکند که بعنوان نمونه چند وضعیت در شکل (۱۹ ـ ۲) بنمایش گذاشته شده است.

با توجه به این شکل درمییابیم که با تغییر وضعیت هادی نسبت به وضعیت اولیه (شکل ۱۸ ـ ۲)، دائما" فاصله عمودی نیرو تا محور دوران کاهش مییابد. مثلا" میتوان گفت که r_2 از r_1 کوچکتر است.

هرگاه هادی در وضعیتی قرار گیرد که نیروی حاصله مطابق F_3 در شکل (۱۹ ۲) باشد، در این صورت فاصله عمودی نیرو تا محور دوران صفر است وگشتاور حاصله



شکل ۱۸ ـ ۲ گشتاور حاصله توسط یک هادی که درون میدان مغناطیسی قرار دارد

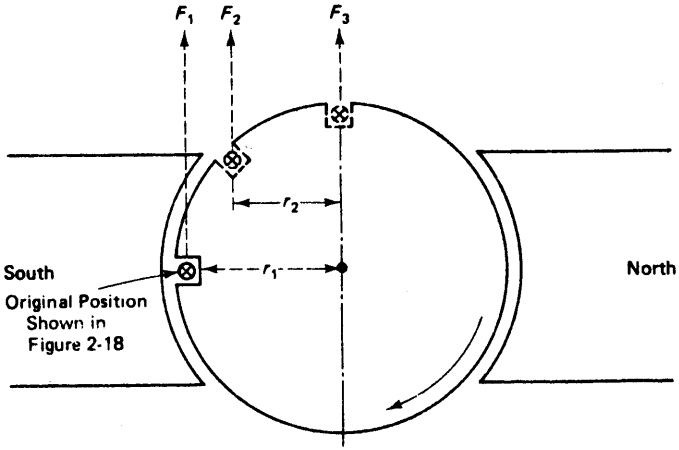
نیز در این مرحله صفر خواهد بود. خاطر نشان میسازیم که در تمامی مراحل دوران پارامترهای ذیل ثابت است.

الف: چگالی شار (B)

ب: جریان هادی (I)

ج: طول هادی (L)

لذا مقدار نیرو (F) نیز در تمامی مراحل دوران ثابت میماند (چرا؟) اما باید گفت در هنگام دوران فاصله r دائما" تغییر میکند، بالنتیجه گشتاور (کوپل) نیز در هنگام دوران متغیر بوده و ثابت نمیباشد. باید توجه داشت که هنگامیکه هادی درست مقابل قطب قرار دارد (شکل ۱۸ ــ ۲) در اینصورت گشتاور حاصله حداکثر (ماکزیمم) میباشد، همچنین هرگاه هادی ۹۰ از قطب فاصله پیدا نمود در اینصورت r صفر بوده و گشتاور حاصله نیز صفر میشود (وضعیت F_3 در شکل ۱۹ ــ ۲).



شکل ۱۹ ــ ۲: دوران یک هادی درون یک میدان مغناطیسی

میتوان اینچنین تعبیر کرد که تغییرات گشتاور مشابه تغییرات ولتاژ القاء شده است (بخش ۲ ــ ۱ ــ ۲ همین فصل) مثلا" هرگاه هادی در یک سیستم دو قطبی در مقابل قطب قرار گیرد ولتاژ القاء شده و گشتاور هر دو ماکزیمم بوده و هرگاه هادی در نقطه‌ای درست وسط دو قطب قرار گیرد در اینصورت ولتاژ القاء شده و گشتاور هر دو صفر خواهند بود.

با جایگزینی روابط (۷ ــ ۲) در روابط (۸ ــ ۲) میتوان گشتاور ماکزیمم حاصله

توسط یک هادی را بدست آورد برای سیستم (ENG) داریم :

$$T = 0.885BIlr \times 10^{-7} \qquad (2\text{-}9a)$$

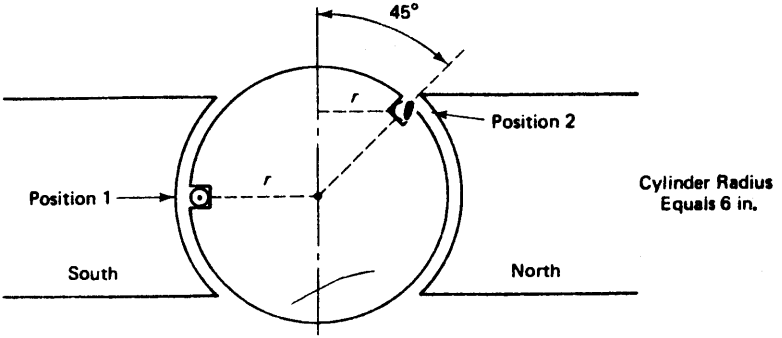
برای سیستم (SI) داریم :

$$T = BIlr \qquad (2\text{-}9b)$$

در روابط اخیر r شعاع استوانه میباشد. روابط (۹ ــ ۲) را نیز میتوان برای محاسبه گشتاور لحظه‌ای حاصله در هر نقطه از دوران بکار برد. برای محاسبه r در روابط لحظه‌ای باید از قوانین مثلثات و جبر استفاده کرد.

مثال ۱۵ ــ ۲ (سیستم ENG) : ***Example 2-15 (English)***

شکل (۲۰ ــ ۲) را در نظر میگیریم. برای دو وضعیت نشان‌داده شده در شکل مقدار و جهت گشتاور حاصله را بدست آورید. در این سیستم چگالی شار 150 kilolines/in², L ، معادل ۵ اینچ و جریان مساوی ۸ آمپر است. همچنین اگر بخواهیم گشتاورها را دو برابر کنیم، در جریان چه تغییری باید داد.



شکل ۲۰ ــ ۲ : سیستم مربوط به مثال ۱۵ ــ ۲

حل :

در وضعیت (۱) با استفاده از قانون دست چپ درمییابیم که نیرو بطرف پائین بوده و لذا گشتاور در جهت خلاف عقربه ساعت [1] (CCW) عمل میکند. با استفاده از رابطه (۹a ــ ۲) میتوان گشتاور در وضعیت (۱) را بدست آورد و میدانیم گشتاور در این وضعیت ماکزیمم است. باید تذکر داد که r در اینحالت ۰/۵ فوت (۶ اینچ) میباشد. پس:

---

1) Counter-Clockwise = CCW

$$T = 0.885(150k)(8)(5)(\tfrac{1}{2}) \times 10$$
$$= 0.2655 \text{ lb-ft}$$

در وضعیت (۲) با استفاده از قانون دست چپ در میبابیم که نیرو بطرف پائین بوده ، اما در اینحالت گشتاور در جهت عقربه ساعت (CW) عمل میکند . در اینحالت فاصله r دیگر همان شعاع استوانه نیست و باید r حدید حساب گردد . لذا :

$$r = (\tfrac{1}{2} \text{ ft})(\sin 45°)$$
$$= 0.5(0.707) = 0.3535 \text{ ft}$$

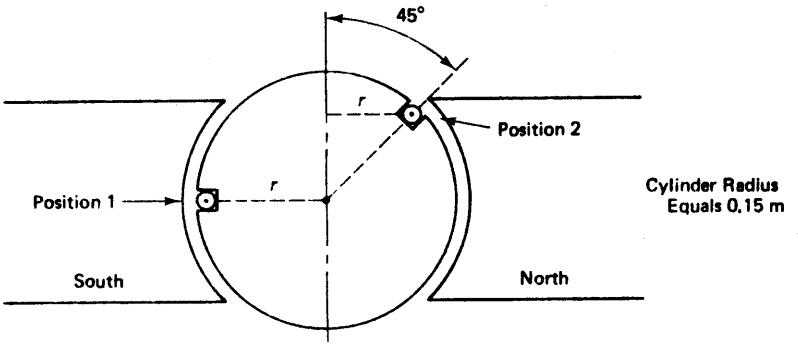
پس:

$$T = 0.885(150k)(8)(5)(0.3535) \times 10^{-7}$$
$$= 0.1877 \text{ lb-ft}$$

چون گشتاور متناسب با جریان میباشد ، لذا اگربخواهیم گشتاور دو برابر شود ، لذا باید جریان را دو برابر نمود (۱۶ آمپر) .

مثال ۱۶ ــ ۲ (سیستم SI) : ***Example 2-16 (SI)***

شکل (۲۱ ــ ۲) را در نظر میگیریم . مطلوبست محاسبه مقدار و جهت گشتاور حاصله در دو وضعیت نشان داده شده در شکل ، در صورتیکه بدانیم چگالی شار ۱/۵ تسلا ، l معادل ۱۲ سانتی متر و جریان ۸ آمپر باشد . همچنین اگر بخواهیم گشتاور دوبرابر شود جریان را چقدر باید تغییر داد .



شکل ۲۱ ــ ۲ : سیستم مربوط به مثال ۱۶ ــ ۲

حل:

در وضعیت (۱) با استفاده‌ازقانون دست چپ در مییابیم که نیرو بطرف پائین بوده و گشتاور در جهت خلاف عقربه ساعت (ccw) عمل میکند. از رابطه (۹b – ۲) استفاده میکنیم و میدانیم که در این وضعیت گشتاور ماکزیمم است. همچنین باید دانست که r معادل ۱۵ سانتیمتر میباشد. لذا:

$$T = 1.5 \times 8 \times 0.12 \times 0.15$$
$$= 0.216 \text{ N-m}$$

در وضعیت (۲) با استفاده از قانون دست چپ در مییابیم که نیرو بطرف پائین بوده و گشتاور در جهت عقربه ساعت (cw) عمل میکند. در اینحالت r دیگر مساوی شعاع استوانه نیست، بلکه باید آنرا حساب نمود.

$$r = (0.15 \text{ m})(\sin 45°)$$
$$= (0.15)(0.707) = 0.1061 \text{ m}$$

پس:

$$T = 1.5 \times 8 \times 0.12 \times 0.1061$$
$$= 0.1528 \text{ N-m}$$

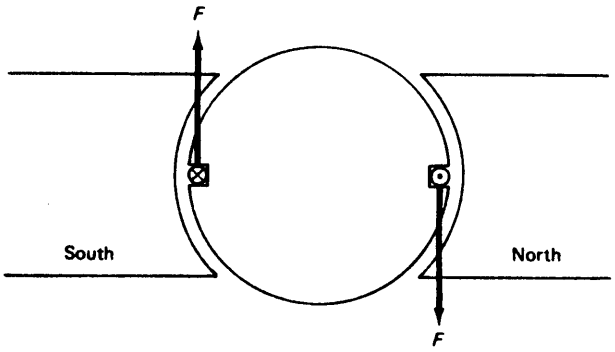
چون گشتاور با جریان متناسب است لذا برای دو برابر کردن گشتاور باید جریان را دو برابر نمود (۱۶ آمپر).

۱ – ۵ – ۲ گشتاور حاصله توسط یک کلاف: *2-5.1 Torque Developed by a Coil*

اگر یک کلاف تک دوری[1] بسازیم و بر روی استوانه‌ای جا سازی کنیم سیستمی مطابق شکل (۲۲ – ۲) حاصل میشود. از آنجائیکه این کلاف یک حلقه را تشکیل میدهد اگر جریان از سمت چپ بدرون صفحه کاغذ برود از سمت راست از صفحه کاغذ خارج میگردد. در اینحالت یکی از نیروها بسمت بالا است و دیگری بسمت پائین خواهد بود (قانون دست چپ). هر دو نیرو گشتاوری در جهت عقربه ساعت (cw) تولید میکند و لذا گشتاور حاصله قوی‌تر از حالت تک سیمه بوده و استوانه بهتر میچرخد. تنها چیزی که در این بحث‌جای خالی دارد این است که باید به نحوی در سیم‌های سمت راست و سمت چپ کلاف دائما "جریان حاری سازیم و این موضوع را در فصول بعدی شرح میدهیم.

---

1) Single-Turn-Coil



شکل ۲۲ ــ ۲

۶ ــ ۲ نیروی ضد محرکه: (BEMF)

2-6 *BACK ELECTROMOTIVE FORCE (BACK EMF)*

شکل (۱۹ ــ ۲) بازنگری میکنیم و میبینیم که هادی بر اثر جریانی که از آن میگذرد میچرخد (حالت موتوری) باید گفت که در اینحالت نیز در هادی ولتاژ القاء میگردد. پلارتیه این ولتاژ القائی همواره مخالف جریانی است‌که باعث میشود هادی بحرکت درآید. ازآنجائی که ولتاژ القائی با جریان مخالف است به‌آن نیروی ضد محرکه گفته میشود. نیروی ضد محرکه نقش مهمی در عملکرد موتورها ایفا میکند و در فصل ۵ بیشتر راجع به آن صحبت میکنیم.

خوانندگان محترم میتوانند با استفاده از قانون دست راست دریابند که چرا پلارتیه ولتاژ القاء شده با جهت جریان مخالف است.

SYMBOLS INTRODUCED IN CHAPTER 2

	Symbol	Definition	Units	
			English	SI
۱	v	Velocity of a conductor	in./s	m/s
۲	l	Length of conductor in magnetic field	inches	meters
۳	θ	Angle between wire's motion and lines of flux	degrees	degrees
۴	t	Time it takes for a conductor to go from zero flux to maximum flux cut	seconds	seconds
۵	z	Number of conductors	—	—
۶	E_g	Average induced voltage	volts	volts
۷	r	Radius	feet	meters
۸	P	Number of poles	—	—
۹	S	Rotational speed (English)	rev/min	—
۱۰	ω	Rotational speed (SI)	—	rad/s
۱۱	F	Force produced by a conductor	pounds	newtons
۱۲	T	Torque	lb-ft	N-m

علائم اختصاری استفاده شده در فصل ۲:

۱ ــ سرعت یک هادی

۲ ــ طول هادی که درون میدان مغناطیسی قرار دارد

۳ ــ زاویه بین حرکت سیم و خطوط شار

۴ ــ زمان لازم برای حرکت هادی از موقعیکه شاری را قطع نمی‌کند تا موقعیکه حداکثر شار را قطع می‌کند

۵ ــ ولتاژ القاء شده متوسط

۶ ــ تعداد هادیها

۷ ــ شعاع

۸ ــ تعداد قطبها

۹ ــ سرعت دورانی در سیستم انگلیسی

۱۰ ــ سرعت دورانی در سیستم SI

۱۱ ــ نیروی تولید شده توسط یک هادی

۱۲ ــ گشتاور (کوپل)