

09373400921

صادق سوارى

ریاضیات کاربردی استاد: دکتر محمد فرجام  
دانشگاه

مجمع آموزشی عالی ریزه‌پوشی فارس

رشته: الکترونیک ابزار دقیق رقم دوم

الله أكبر

۶

میانگین از ۶ گره ۵۱۵



1

فروردین ۱۳۹۰

۱۶ ربیع الثانی ۱۳۳۲



تعطیل

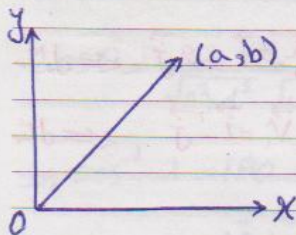
آغاز نوروز (تعطیل)



دوشنبه

21 March 2011

بردارها:



بردار کمیتی است که دارای جهت و اندازه می باشد:

$$|\vec{V}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

اندازه بردار

$$\vec{V}_1 = (a_1, b_1)$$

$$\vec{V}_2 = (a_2, b_2)$$

حاصل جمع دو بردار  $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (3+1, 2+3)$$

مثال  $\leftarrow \vec{V}_1 = (1, 3)$  و  $\vec{V}_2 = (3, 2)$  ؟

حاصل ضرب اسکالر (حاصل ضرب یک عدد در بردار):

اگر  $c$  عدد غیر صفر باشد و  $\vec{V} = (a, b)$  آنگاه  $c\vec{V} = (ca, cb)$

فروردین ۱۳۹۰

۱۷ ربیع الثانی ۱۳۳۲



تعطیل

سه شنبه

22 March 2011

عید نوروز (تعطیل) - هجوم مأموران ستم شاهی پهلوی به مدرسه فیضیه قم (۱۳۴۲ ه. ش) - آغاز عملیات فتح المبین (۱۳۶۱ ه. ش)

اگر  $c > 0$  باشد  $c\vec{V}$  هم جهت با بردار  $\vec{V}$ ، اگر  $c < 0$  باشد  $c\vec{V}$  در جهت مخالف بردار  $\vec{V}$  می باشد.

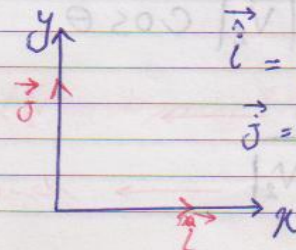
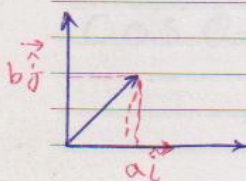
$$2\vec{V} = ?$$

مثال  $\leftarrow \vec{V} = (2, 3)$  و  $c = 2$  حاصل ضرب را بیست آورید ؟

$$\rightarrow 2(2, 3) = (4, 6)$$

بر بردار  $(a, b)$  را می توان به فرم ترکیبی از بردارها نوشت.

$$\vec{V} = a\hat{i} + b\hat{j}$$



$$\hat{i} = (1, 0) \rightarrow |\hat{i}| = 1$$

$$\hat{j} = (0, 1) \rightarrow |\hat{j}| = 1$$



اندازه  $\vec{V} = (2, 3), \vec{V} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow |\vec{V}| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 7\vec{i} + \vec{j}$

مثال  $\leftarrow \vec{V}_1 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = 4\vec{i} - \vec{j}$  هر دو بردار را جمع کنید!

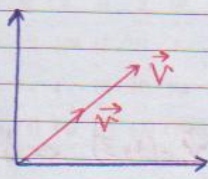
$3\vec{V}_1 + 2\vec{V}_2 = P$

مثال  $\leftarrow \vec{V}_1 = \vec{i} - \vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j}$  جمع و اندازه هر یک را بیست آورید!

$3\vec{V}_1 + 2\vec{V}_2 = 7\vec{i} - \vec{j}$

$|3\vec{V}_1 + 2\vec{V}_2| = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{50}$

\* تقسیم دو بردار تعریف نشده است:



$\vec{V} = a\vec{i} + b\vec{j}$

اندازه  $\vec{V} = \frac{1}{|\vec{V}|} \vec{V}$

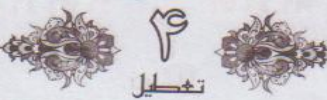
$|\vec{V}| = 1$

$|\vec{V}| = 2\vec{i} + 4\vec{j}$

مثال  $\leftarrow$  اگر بردار  $\vec{V} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$  باشد بردار واحد  $\vec{V}$  را بیابید؟

$|\vec{V}| = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

$\vec{V} = \frac{1}{\sqrt{20}} \times 2\vec{i} + 4\vec{j} = \frac{2}{\sqrt{20}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{20}}\vec{j} \Rightarrow \left| \frac{2}{\sqrt{20}}\vec{i} + \frac{4}{\sqrt{20}}\vec{j} \right|$



$= \left| \sqrt{\frac{4}{20} + \frac{16}{20}} \right| = \frac{\sqrt{20}}{20} = \sqrt{1} = 1$

حاصل ضرب عددی:  $\vec{V}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} \Rightarrow \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = a_1a_2 + b_1b_2$

$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 3(1) + (-2)(5) = -7$

$\vec{V}_2 = \vec{i} + 5\vec{j}$

مثال  $\leftarrow$

$\vec{V}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$

\* قضیه:

$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = |\vec{V}_1| |\vec{V}_2| \cos \theta$

$\cos \theta = \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{|\vec{V}_1| |\vec{V}_2|} \rightarrow$  زاویه  $\vec{V}_1$  و  $\vec{V}_2$

$\frac{|\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2|}{|\vec{V}_1| |\vec{V}_2|} \rightarrow$  زاویه بین دو بردار

مثال: زاویه بین دو بردار  $\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = -2\vec{i} - 4\vec{j}$  را بدست آورید.

$$\cos \theta = \frac{-4 - 16}{\sqrt{2^2 + 4^2} \sqrt{(-2)^2 + (-4)^2}} = \frac{-20}{\sqrt{4+16} \sqrt{4+16}} = \frac{-20}{\sqrt{20} \sqrt{20}} = \frac{-20}{20} = -1$$

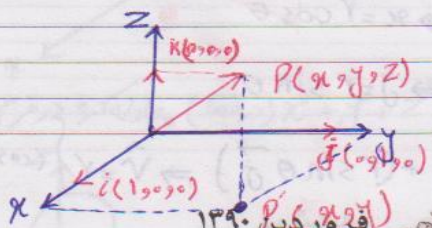
$$\Rightarrow \cos^{-1} -1 = 180 \quad \therefore \cos \theta = -1 \Rightarrow \theta = \pi = 180$$

شرط لازم برای اینکه دو بردار  $\vec{V}_1$  و  $\vec{V}_2$  بر هم عمود باشند شرط عمود  $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$

مثال: آیا دو بردار  $\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  بر هم عمود هستند؟

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (2)(3) + (2)(-3) = 6 - 6 = 0$$

بردار در فضا:



$$\vec{V} = (x, y, z)$$

$$\vec{V} = (x\vec{i}, y\vec{j}, z\vec{k})$$

اندازه  $|\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  شنبه

$$\vec{V}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{V}_2 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 5\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$$

مثال: جمع کنید.

اندازه  $|\vec{V}_1 + \vec{V}_2| = \sqrt{5^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{35}$

حاصل ضرب عددی:  $\vec{V}_1 = a_1\vec{i} + b_1\vec{j} + c_1\vec{k}$  و  $\vec{V}_2 = a_2\vec{i} + b_2\vec{j} + c_2\vec{k}$

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{|\vec{V}_1| |\vec{V}_2|}$$

زاویه بین دو بردار در فضا



دو بردار  $\vec{V}_1$  و  $\vec{V}_2$  با هم موازی هستند اگر:  $\vec{V}_2 = t\vec{V}_1$  یا  $\vec{V}_1 = t\vec{V}_2$

مثال: آیا دو بردار  $\vec{V}_1 = \vec{i} + 2\vec{j}$  و  $\vec{V}_2 = 3\vec{i} + 10\vec{j}$  با هم موازی اند؟

$$\vec{V}_2 = 3\vec{i} + 6\vec{j} = 3(\vec{i} + 2\vec{j}) = 3\vec{V}_1 \quad \text{موازی هستند.}$$

مثال: آیا دو بردار  $\vec{V}_1 = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$  و  $\vec{V}_2 = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$  با هم موازی اند؟

$$\vec{V}_2 = 2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k} = 2(\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) = 2\vec{V}_1 \quad \text{موازی هستند.}$$

فرم قطبی بردارها:

$$r = |\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r \sin \theta$$

$$\vec{V} = (r \cos \theta \vec{i}) + (r \sin \theta \vec{j}) \Rightarrow \vec{V} = r \left[ (\cos \theta) \vec{i} + (\sin \theta) \vec{j} \right]$$



$$\tan \theta = \frac{y}{x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

فرم قطبی بردار:  $\star$

مثال: فرم قطبی بردار  $\vec{V} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$  فرم دکارتی را بنویسید؟

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow \theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{فرم قطبی } \vec{V} = \sqrt{8} \left[ (\cos \frac{\pi}{4}) \vec{i} + (\sin \frac{\pi}{4}) \vec{j} \right]$$

۵

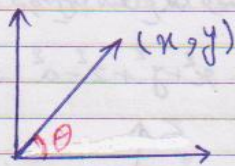
فروردین ۱۳۹۰

۲۴ ربیع الثانی ۱۳۳۲

۹

سه شنبه

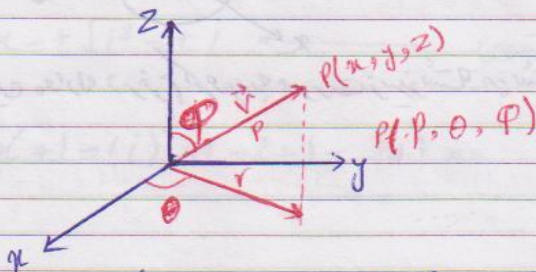
29 March 2011



$$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

فرم قطبی بردارها:

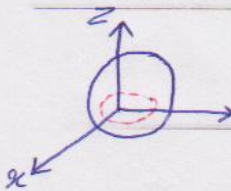
$$|\vec{V}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



$$\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$|\vec{V}| = \rho$$

معادله کروی با شعاع  $\rho$  و مرکز  $(0, 0, 0)$  بصورت  $x^2 + y^2 + z^2 = \rho^2$  (در فضا) معادله کروی در فرم



فروردین ۱۳۹۰  
۲۵ ربیع الثانی ۱۳۳۲

$\rho = a$

۱۰

چهارشنبه

30 March 2011

کروی بصورت زیر می باشد.

$$\vec{V} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$$

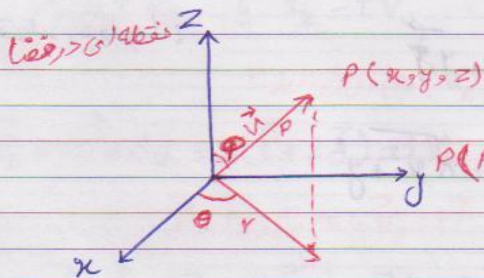
مثال: فرم قطبی بردار را بنویسید؟

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

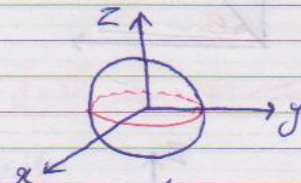
$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\vec{V} = r \left[ (\cos \theta)\vec{i} + (\sin \theta)\vec{j} \right] = \sqrt{8} \left[ \left(\cos \frac{\pi}{4}\right)\vec{i} + \left(\sin \frac{\pi}{4}\right)\vec{j} \right]$$



معادله کره‌ای با شعاع  $a$  و مرکز  $(0, 0, 0)$   $\rho$   
 صورت  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

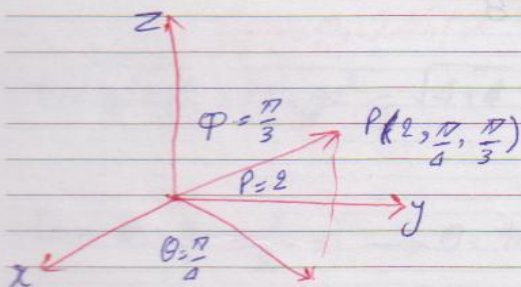


این معادله در فرم کره‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود.  $\rho = a$

برای برداری  $\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

$|\vec{V}| = \rho$

مثال: نقطه  $P(2, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$  در فضای سه‌بعدی (برون) می‌باشد؟



$\rho = 2$

$\theta = \frac{\pi}{4}$

$\phi = \frac{\pi}{3}$

✓



روز طبیعت (تعطیل)

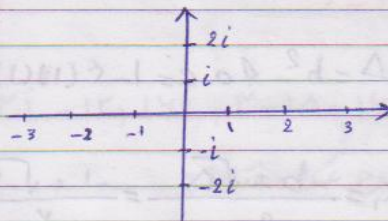
اعداد مختلط :

معادله  $x^2 + 1 = 0$  در مجموعه اعداد حقیقی دارای جواب نیست.

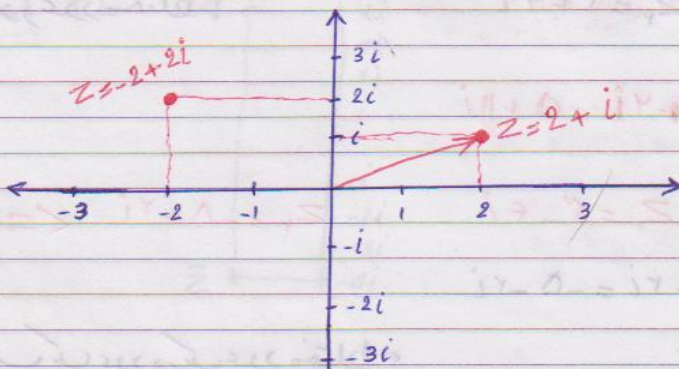
$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm \sqrt{-1} \rightarrow \boxed{i^2 = -1} \quad \text{موهومی}$$

$$x = \pm \sqrt{i^2} = \pm i \quad \leftarrow \text{عدد موهومی}$$

$$x^2 + 1 = (i)^2 + 1 = i + 1 = -1 + 1 = 0$$



مثال  $\leftarrow$



$$z = x + yi \quad \text{موهومی}$$

حقیقی  $\rightarrow$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{اندازه عدد مختلط}$$



1

فروردین ۱۳۹۰

۳۰ ربیع الثانی ۱۳۳۲

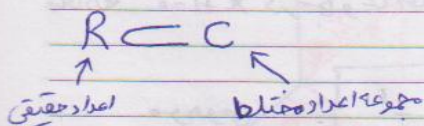
۱۵

دوشنبه

4 April 2011

$$|z| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$$

مثال  $\leftarrow$  اندازه  $z = 5 + 3i$  را پیدا کنید!



نکته: مجموع اعداد حقیقی زیر مجموعه اعداد مختلط هستند.

مثال  $\leftarrow$  جوابهای معادله  $x^2 + x + 1 = 0$  را پیدا کنید!

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(1) = 1 - 4 = -3 < 0$$

ریشه حقیقی ندارد

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{(-1)(3)}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

فروردین ۱۳۹۰

۱ جمادی الاولی ۱۳۳۲

۱۶

سه شنبه

5 April 2011

$$z_1 = 2 + 5i, \quad z_2 = 3 + 4i$$

جمع دو عدد مختلط:  $\star$

$$z_1 + z_2 = 2 + 5i + 3 + 4i = 5 + 9i$$

$$z_1 = 2 - 4i, \quad z_2 = -1 + 2i$$

مثال  $\leftarrow$

$$z_1 + z_2 = 2 - 4i - 1 + 2i = 1 - 2i$$

ضرب یک عدد در یک عدد مختلط:  $\star$

$$z = 3 + 4i$$

مثال  $\leftarrow$

$$2z = 6 + 8i$$

9

فروردین ۱۳۹۰  
۳ جمادی الاولی ۱۴۳۲



۱۷



چهارشنبه  
6 April 2011

حاصل ضرب دو عدد مختلط :

$z_1 = 2 + 3i$

$z_2 = 3 + 4i$

مثال ←

$z_1 z_2 = (2 + 3i)(3 + 4i) = 6 + 8i + 9i + 12i^2 = 6 + 17i - 12 = -6 + 17i$

$z_1 = 4 - i$

$z_2 = 2 + 3i$

مثال ←

$z_1 z_2 = (4 - i)(2 + 3i) = 8 + 12i - 2i - 3i^2 = 8 + 10i + 3 = 11 + 10i$

مزدوج عدد مختلط :

$z = x + yi$

مزدوج  $\bar{z} = x - yi$

فروردین ۱۳۹۰  
۳ جمادی الاولی ۱۴۳۲

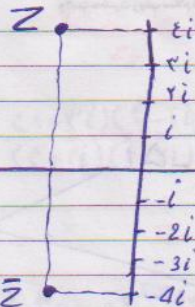


۱۸



پنجشنبه  
7 April 2011

$\bar{z} = 2 - 4i$



روز سلامتی (روز جهانی بهداشت)

$z = 2 + 4i$

مثال ← مزدوج

پس نتیجه هرگز هم همیشه  $z$  و  $\bar{z}$  نسبت به هم قریب اند.

۱۵

فروردین ۱۳۹۰

۴ جمادی الاولی ۱۴۳۲



۱۹



جمعه

8 April 2011

شهادت آیت الله سید محمد باقر صدر و خواهر ایشان بنت الهدی به توسط حکومت بعث عراق (۱۳۵۹ ه.ش)

خواهر مزدوج:

$$۱) \bar{\bar{z}} = z$$

$$۲) \overline{(z_1 + z_2)} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

$$۳) \overline{(z_1 z_2)} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$$

$$۴) \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$$

$$۵) z \bar{z} = |z|^2$$

۴- اگر  $a$  عدد حقیقی باشد  $\bar{a} = a$  است.

فروردین ۱۳۹۰

۵ جمادی الاولی ۱۴۳۲



۲۰



شنبه

9 April 2011

ولادت حضرت زینب سلام الله علیها (ع) و روز پرستار و بهروز - روز ملی فناوری هسته ای

$$z_1 = 2 + 3i$$

$$z_2 = 4 + 2i$$

مثال ←

$$z_1 + z_2 = 4 + 5i \rightarrow \overline{(z_1 + z_2)} = 4 - 5i$$

$$\bar{z}_1 = 2 - 3i$$

$$\bar{z}_2 = 4 - 2i$$

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = 4 - 5i$$

پس طبق خاصیت دوم جوابها مثل هم شدند

تقسیم دو عدد مختلط:

$z_1 = 2 + 3i$     $z_2 = 4 + 3i$

مثال ←

بنا بر تقسیم همیشه صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2+3i}{4+3i} = \frac{(2+3i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{8-4i+12i-9i^2}{25} = \frac{8+4i+9}{25} = \frac{17+4i}{25}$$

خطه ۲۵ اشتباه  $\rightarrow$   $= \frac{17}{25} + \frac{4}{25}i$

$z\bar{z} = |z|^2 \rightarrow |z|^2 = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} \rightarrow z^2 = \sqrt{25} \rightarrow z = 25$

$(4+3i)(4-3i) = 16 - 12i + 12i - 9i^2 = 16 + 9 = 25$

مثال ← اگر  $z_1 = 2 + 3i$  ،  $z_2 = 4 + 3i$  ،  $z_3 = 2 + 3i$  ؟

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2+3i}{4+3i} = \frac{(2+3i)(4-3i)}{(4+3i)(4-3i)} = \frac{8-4i+12i-9i^2}{25} = \frac{8+4i+9}{25} = \frac{17+4i}{25} = \frac{17}{25} + \frac{4}{25}i$$

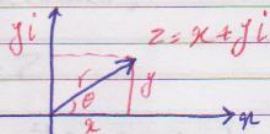
مثال ← با هم تقسیم  $z = 2 + 3i$  و  $\bar{z} = 2 - 3i$

$z\bar{z} = (2+3i)(2-3i) = 2^2 - (3i)^2 = 4 + 9 = 13$

اندازه  $z \Rightarrow z = x + yi$     $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$|z| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$     $|z|^2 = (\sqrt{13})^2 = 13$

فرم قطبی اعداد مختلط:



$$\cos \theta = \frac{x}{r} \rightarrow x = r \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \rightarrow y = r \sin \theta$$

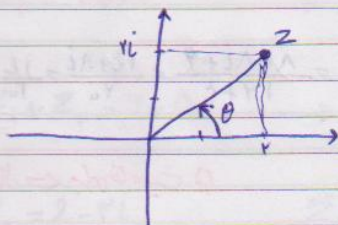
$$z = x + yi = r \cos \theta + (r \sin \theta)i$$

فرم قطبی  $z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$

$$r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \rightarrow \theta = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right)$$

مثال فرم قطبی عدد مختلط  $z = 2 + 2i$  را بیابید؟

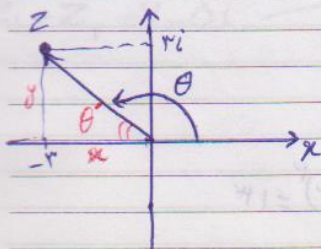


$$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8}$$

$$\tan \theta = \frac{2}{2} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

فرم قطبی  $z = \sqrt{8} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{8} \angle \frac{\pi}{4}$

مثال فرم قطبی عدد مختلط  $z = -3 + 3i$  را بیابید؟



$$r = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18}$$

$$\tan \theta' = \frac{3}{-3} = -1 \rightarrow \theta' = -\frac{\pi}{4}$$

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi - \pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\theta + \theta' = \pi$$

$$\theta = \pi - \theta'$$

فرم قطبی  $z = \sqrt{18} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

۱۳

فروردین ۱۳۹۰

۱۰ جمادی الاولی ۱۳۳۲



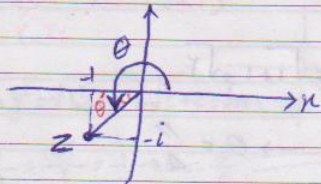
۲۵



پنجشنبه

14 April 2011

مثال - فرم قطبی عدد مختلط  $Z = -1 - i$  را بیابید؟



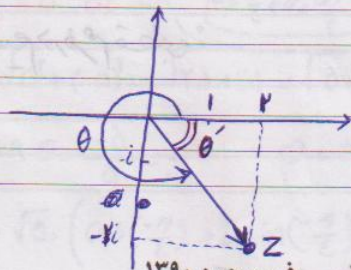
$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\tan \theta' = \frac{-1}{-1} = 1 \rightarrow \theta' = \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{4\pi + \pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

$$Z = \sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right)$$

مثال - فرم قطبی عدد مختلط  $Z = 1 - 2i$  را بیابید؟



$$r = \sqrt{(1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\tan \theta = \frac{-2}{1} = -2 \rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$$

$$Z = \sqrt{5} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$$

فروردین ۱۳۹۰

۱۱ جمادی الاولی ۱۳۳۲



۲۶



جمعه

15 April 2011

$$Z_1 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$$

ضرب در فرم قطبی =

$$Z_2 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$$

$$Z_1 Z_2 = r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]$$

$$Z_1^r = r_1^r [\cos(r\theta_1) + i \sin(r\theta_1)]$$

☆ اگر  $Z_1 = Z_2$  برابر باشند داریم:

$$Z_1^r = r_1^r [\cos(r\theta_1) + i \sin(r\theta_1)]$$

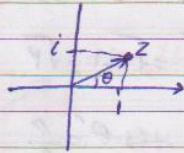
$$Z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$Z^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$



$(1+i)^{20} = ?$  ← مثال

$z = 1+i$



$r = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\tan \theta = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

$z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  فرم قطبی

$z^{20} = (\sqrt{2})^{20} \left( \cos \left( 20 \cdot \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left( 20 \cdot \frac{\pi}{4} \right) \right)$

تقسیم در فرم قطبی: ✱

$z_1 = r_1 (\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$

$z_2 = r_2 (\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$



شهادت حضرت فاطمه زهرا سلام الله علیها (۱۱ ه.ق.) به روایتی

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \left[ \cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2) \right]$

مثال:  $z_1 = 4 \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  و  $z_2 = 4 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$  ضرب و تقسیم

$z_1 z_2 = 4 \times 4 \left[ \cos \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \right) \right] = 16 \left[ \cos \left( \frac{7\pi}{12} \right) + i \sin \left( \frac{7\pi}{12} \right) \right]$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4}{4} \left[ \cos \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} \right) \right] = 1 \left[ \cos \left( \frac{-\pi}{12} \right) + i \sin \left( \frac{-\pi}{12} \right) \right]$

۱۵

فروردین ۱۳۹۰

۲۹

دوشنبه

۱۴ جمادی الاولی ۱۳۳۲

18 April 2011

روز ارتش جمهوری اسلامی و نیروی زمینی

مثال: اعداد مختلط زیر را به فرم قطبی بنویسید.

$z_1 = 2 - 2i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$   
 $z_1 = \sqrt{8} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$

$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2}{2} = -1 \rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$

$z_2 = -\frac{1}{p} - \frac{1}{p}i$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{p}\right)^2 + \left(-\frac{1}{p}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^2}} = \sqrt{\frac{2}{p^2}} = \frac{\sqrt{2}}{p}$

$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{1}{p}}{-\frac{1}{p}} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$   
 $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{p} \left( \cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

$z_3 = a - ai$

$r = \sqrt{a^2 + (-a)^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$

$\tan \theta = \frac{-a}{a} = -1 \rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} \rightarrow \theta = \tan^{-1} (-1) = -\frac{\pi}{4}$

$z_3 = \sqrt{2}a \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$

فروردین ۱۳۹۰

۳۰

سه شنبه

۱۵ جمادی الاولی ۱۳۳۲

19 April 2011

$z_1 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$       $z_1 z_2 = ?$       $\frac{z_1}{z_2} = ?$   
 $z_2 = 3 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$       $z_1^{10} = ?$       $z_2^{10} = ?$

$z_1 z_2 = 2 \times 3 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \right] = 6 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right]$

$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{3} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) \right] = \frac{2}{3} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right]$

$z_1^{10} = 2^{10} \left( \cos \frac{10\pi}{3} + i \sin \frac{10\pi}{3} \right) = 2^{10} \left( \cos 0\pi + i \sin 0\pi \right) = 2^{10} (1 + i0) = 2^{10}$

$z_2^{10} = 3^{10} \left( \cos \frac{10\pi}{6} + i \sin \frac{10\pi}{6} \right) = 3^{10} \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$



ریشه n ام یک عدد مختلط:  $\star$

$$z = x + yi \rightarrow \sqrt[n]{z} = ?$$

$$\sqrt[n]{z} = w \rightarrow z = w^n$$

$$\sqrt[n]{\Lambda} = r \rightarrow \Lambda = r^n$$

$$z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$w = \rho (\cos \varphi + i \sin \varphi)$$

$$r (\cos \theta + i \sin \theta) = \rho^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

$$\rho^n = r \rightarrow \sqrt[n]{\rho^n} = \sqrt[n]{r}$$

$$\rho = \sqrt[n]{r} \quad (1)$$

$$\cos n\varphi = \cos \theta$$

روز بزرگداشت سعدی

$$n\varphi = \theta + 2k\pi$$

$$\varphi = \frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}$$

$k=0, 1, \dots, n-1$

$$z = -r = r (\cos \pi + i \sin \pi)$$

مثال: ریشه های  $\sqrt[n]{r}$  را بیابید!

$$r = r \quad \theta = \pi$$

$$-r = r (\cos \pi + i \sin \pi)$$

$$\varphi = \frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}$$

$k=0, 1, 2, \dots, n-1$

$$\varphi = \frac{\pi}{n} + \frac{2k\pi}{n}$$

$$w = \rho (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$$

$$\rho = \sqrt[n]{r} \rightarrow \rho = \sqrt[n]{r}$$

$$k=0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{n} \rightarrow w_0 = \sqrt[n]{r} (\cos \frac{\pi}{n} + i \sin \frac{\pi}{n})$$

$$k=1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{n} + \frac{2\pi}{n} = \frac{3\pi}{n} \rightarrow w_1 = \sqrt[n]{r} (\cos \frac{3\pi}{n} + i \sin \frac{3\pi}{n})$$

$$k=1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{n} + \frac{2\pi}{n} = \frac{3\pi}{n} \rightarrow w_1 = \sqrt[n]{r} (\cos \frac{3\pi}{n} + i \sin \frac{3\pi}{n})$$

$$k=2 \rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{n} + \frac{4\pi}{n} = \frac{5\pi}{n} \rightarrow w_2 = \sqrt[n]{r} (\cos \frac{5\pi}{n} + i \sin \frac{5\pi}{n})$$

۱۷

اردیبهشت ۱۳۹۰

۱۸ جمادی الاولی ۱۴۳۲



۲



جمعه

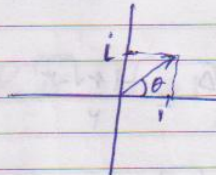
22 April 2011

تأسیس سپاه پاسداران انقلاب اسلامی (۱۳۵۸ ه.ش) - سالروز اعلام انقلاب فرهنگی (۱۳۵۹ ه.ش) - روز زمین پاک

مثال ← ریشگی سو  $z = 1 + i$   $\sqrt[n]{1+i} = ?$  رابوست اکوید پ

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{1} = 1 \rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$



$$z = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$r = \sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2} \quad \text{مقدار در هم ضرب می شوند}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \quad k = 0, 1, 2$$

اردیبهشت ۱۳۹۰

۱۹ جمادی الاولی ۱۴۳۲



۳



شنبه

23 April 2011

$$k=0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{3} \rightarrow w_0 = r \left( \cos n\varphi + i \sin n\varphi \right) = \sqrt[3]{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$k=1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi + 2\pi}{3} = \frac{3\pi}{3} \rightarrow w_1 = \sqrt[3]{2} \left( \cos \frac{3\pi}{3} + i \sin \frac{3\pi}{3} \right)$$

$$k=2 \rightarrow \varphi_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} = \frac{\pi + 4\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \rightarrow w_2 = \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

$\sqrt[3]{1-i} = ?$   $\sqrt[3]{i} = ?$   $\sqrt[3]{-i} = ?$  تمرین

$z = 1-i$   $z = i$   $z = -i$

۱۸

اردیبهشت ۱۳۹۰

۳۰ جمادی الاولی ۱۴۳۲



۴



یکشنبه

24 April 2011

مثال: ریشه های معادله  $x^2 + x + 1 = 0$  را بیست آورید

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$$

معادله دارای ریشه های مختلط است

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

بجای ۳ من نویسیم  $i^2 = -1$  و جای منفی است طبق چیزهایی که قبلاً گفته شد بود.

$$= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

۱-۱ را بیست آورید

تقریباً: ریشه های چهارم

$$z = 1 - i$$

$$r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-1}{1} = -1 \rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$$

اردیبهشت ۱۳۹۰

۳۱ جمادی الاولی ۱۴۳۲

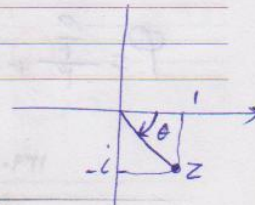


۵



دوشنبه

25 April 2011



$$z = 1 - i = \sqrt{2} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$$

شکست حمله نظامی آمریکا به ایران در طیس (۱۳۵۹ ه. ش)

$k = 0, 1, 2, 3$

$$P = \sqrt[r]{r} \Rightarrow P = \sqrt[k]{\sqrt[r]{r}} = \sqrt[k]{r} \quad \varphi = \frac{-\pi}{4} + \frac{2k\pi}{4} = \frac{-\pi}{4} + \frac{2k\pi}{4}$$

$$k=0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{-\pi}{4} \rightarrow w_0 = \sqrt[4]{2} \left[ \cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) \right]$$

$$k=1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{-\pi}{4} + \frac{2\pi}{4} = \frac{-\pi + 2\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \rightarrow w_1 = \sqrt[4]{2} \left[ \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$$

$$k=2 \rightarrow \varphi_2 = \frac{-\pi}{4} + \frac{4\pi}{4} = \frac{-\pi + 4\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \rightarrow w_2 = \sqrt[4]{2} \left[ \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right]$$

$$k=3 \rightarrow \varphi_3 = \frac{-\pi}{4} + \frac{6\pi}{4} = \frac{-\pi + 6\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \rightarrow w_3 = \sqrt[4]{2} \left[ \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) \right]$$

19

ارديبهشت ۱۳۹۰

۶

سه شنبه

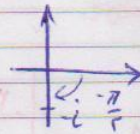
$z = 0 - i$

۲۲ جمادی الثانی ۱۴۳۲

26 April 2011

$z = -i$   $\tan \theta = \frac{0}{-1} = 0$   $\sqrt{-i} = ?$   $\sqrt{-i}$  را بیست آورید!  $\sqrt{-i}$  چیست؟

$|z| = |-i| = 1$   $\theta = -\frac{\pi}{2}$   
 $\tan^{-1}(0) = -\frac{\pi}{2}$



$-i = 1 \left( \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) \right)$   $\rho = \sqrt{r} = \sqrt{1} = 1$

$\varphi = \frac{-\frac{\pi}{2}}{c} + \frac{2k\pi}{r} = \frac{-\pi}{4} + \frac{2k\pi}{4}$   $k = 0, 1, 2$

$k=0 \rightarrow \varphi_0 = \frac{-\pi}{4} \rightarrow w_0 = 1 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right]$

$k=1 \rightarrow \varphi_1 = \frac{-\pi}{4} + \frac{2\pi}{4} = \frac{-\pi + 2\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \rightarrow w_1 = 1 \left[ \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$

$k=2 \rightarrow \varphi_2 = \frac{-\pi}{4} + \frac{4\pi}{4} = \frac{-\pi + 4\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \rightarrow w_2 = 1 \left[ \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) \right]$

ارديبهشت ۱۳۹۰

۷

چهارشنبه

۲۳ جمادی الثانی ۱۴۳۲

27 April 2011

	A	B
C	$r_0$	$10$
D	$10$	$r_0$

$A = \begin{bmatrix} r_0 & 10 \\ 10 & r_0 \end{bmatrix}$

$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$



جمع ماتریس‌ها: ✶

ماتریس‌های هم‌خانواده قابل جمع بصورت زیر هستند:

$$A_{r \times r} = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۱ \\ ۴ & ۱ & ۵ \end{bmatrix} + B_{r \times r} = \begin{bmatrix} -۱ & ۴ & -۵ \\ ۶ & ۲ & ۰ \end{bmatrix} = ?$$

$$A+B = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۱ \\ ۴ & ۱ & ۵ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۱ & ۴ & -۵ \\ ۶ & ۲ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۷ & -۴ \\ ۱۰ & ۳ & ۵ \end{bmatrix}$$



ضرب عدد در ماتریس: ✶

$$A_{r \times k} = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ & ۲ \\ ۱ & ۵ & ۳ \end{bmatrix} \quad ۲A = ?$$

$$۲A = \begin{bmatrix} ۶ & ۸ & ۴ \\ ۲ & ۱۰ & ۶ \end{bmatrix}$$

حاصلضرب دو ماتریس: ✶

در ضرب دو ماتریس یک شرط دارد: ستون‌های ماتریس اول باید برابر سطرهای ماتریس

$$A_{m \times n} \cdot B_{n \times k} = C_{m \times k}$$

برابر باشند

۲۱

ارديبهشت ۱۳۹۰  
۲۶ جمادى الاولى ۱۳۳۲

شنبه  
30 April 2011

روز ملي خليج فارس - آغاز عمليات بيت المقدس (۱۳۳۱ هـ.ش)

سوال:  $A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \times B_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = ?$

$A_{3 \times 3} B_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 3) & (2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 1) \\ (1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 3) & (1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 1) \end{bmatrix}$

$A B = \begin{bmatrix} (4 + 12 + 12) & (2 + 6 + 4) \\ (2 + 8 + 9) & (1 + 4 + 3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 & 12 \\ 19 & 8 \end{bmatrix}$

۲۲

ارديبهشت ۱۳۹۰  
۲۷ جمادى الاولى ۱۳۳۲

يكشنبه  
1 May 2011

روز جهانی کار و کارگر

ماتریس صفر: ماتریسی که تمام اعضایش صفر باشند.

ماتریس یک (واحد): شامل دو قطر اصلی و فرعی است که قطر اصلی آن همیشه ۱ است و بقیه اعضایش صفر هستند.

$I_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$       $I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

سوال:  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$  را با  $I$  ضرب کنید؟

$A I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (2+0) & (0+3) \\ (5+0) & (0+4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = A$

۲۲

اردیبهشت ۱۳۹۰

۲۸ جمادی الاول ۱۴۳۲

۱۲

دوشنبه

2 May 2011

شهادت استاد مرتضی مطهری (۱۳۵۸.ش) - روز معلم

\* در ماتریس ما تقسیم تعریف نشده است

\* ماتریس معکوس یا ماتریس وارون:

ماتریس B را ماتریس معکوس ماتریس A نامیم اگر دارای شرط زیر باشد:

$$AB = BA = I$$

$$B = A^{-1} \rightarrow \text{علامت وارون}$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

\* دترمینان یک ماتریس  $n \times n$ : دترمینان یک ماتریس یک عددی باشد که به صورت زیر محاسبه

$$|A| \rightarrow \text{علامت دترمینان}$$

می شود که این عدد ممکن است مثبت و یا منفی باشد.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 2 \times 3 = 10 - 6 = 4$$

اردیبهشت ۱۳۹۰

۲۹ جمادی الاول ۱۴۳۲

۱۳

سه شنبه

3 May 2011

$$|B| = \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5 \times 2 - 4 \times 3 = 10 - 12 = -2$$

مثال:

$$|C| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 3 \times 4 = 8 - 12 = -4$$

۵ اینجا ما شروع

۵۰۵

اردیبهشت ۱۳۹۰  
۳۰ جمادی الاولی ۱۴۳۲

۱۴

چهارشنبه

4 May 2011

۲۳

ماتریس وارون ماتریس های  $2 \times 2$ :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$$

مثال: ماتریس وارون (معکوس) ماتریس زیر را پیدا کنید!

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times 4 = 2 - 12 = -10$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{4}{10} & -\frac{2}{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

اردیبهشت ۱۳۹۰

۱ جمادی الثانیه ۱۴۳۲

۱۵

پنجشنبه

5 May 2011

روز بزرگداشت شیخ صدوق

مثال:  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 3 \times 4 - 2 \times 5 = 12 - 10 = 2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{2} & -\frac{5}{2} \\ -\frac{2}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -\frac{5}{2} \\ -1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$



حل دستگاه دو معادله با دو مجهول با استفاده از ماتریس معکوس:

مثال: جواب های دستگاه های زیر را بدست آورید؟  
 منظور از حل دستگاه، یافتن  $x$  و  $y$  است به طوری که  
 در هر دو معادله صدق کند.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -3x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ماتریس ضرایب      ماتریس مجهول      ماتریس معکوس

فرم ماتریس دستگاه معادلات:  
 $AX = B$   
 $A^{-1}AX = A^{-1}B$   
 $IX = A^{-1}B$   
 $X = A^{-1}B$

$$X = A^{-1}B$$

ماتریس معکوس  $A$  را پیدا می کنیم  $(A^{-1}=?)$ :

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 12 + 9 = 21$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{21} & -\frac{3}{21} \\ \frac{3}{21} & \frac{2}{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{21} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} \times 4 - 2 \times \frac{1}{7} \\ \frac{4}{7} + \frac{2}{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} \\ \frac{14}{21} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} \\ \frac{14}{21} \end{bmatrix} \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

$$\rightarrow y = \frac{14}{21}$$

تایید می‌شود

۲۵

اردیبهشت ۱۳۹۰  
۳ جمادی الثانیه ۱۴۳۲



یکشنبه  
8 May 2011

روز جهانی صلح سرخ و هلال احمر

$$2\left(\frac{y}{v}\right) + 3\left(\frac{14}{v}\right) = \frac{12}{v} + \frac{14}{v} = \frac{26}{v} = 4$$

$$-3\left(\frac{y}{v}\right) + 4\left(\frac{14}{v}\right) = \frac{-11}{v} + \frac{56}{v} = \frac{45}{v} = 2$$

حل معادلات دو مجهول با استناد از درستی آن:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -3x + 4y = 2 \end{cases}$$

مثال:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{4 \cdot 4 - 3 \cdot 2}{2 \cdot 4 - 3 \cdot (-3)} = \frac{16 - 6}{8 + 9} = \frac{10}{17} = \frac{10}{17}$$

اردیبهشت ۱۳۹۰  
۵ جمادی الثانیه ۱۴۳۲



دوشنبه  
9 May 2011

روز بزرگداشت شیخ کلینی

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{vmatrix}} = \frac{2 \cdot 2 - 4 \cdot (-3)}{2 \cdot 4 - 3 \cdot (-3)} = \frac{4 + 12}{8 + 9} = \frac{16}{17} = \frac{16}{17}$$

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$$

۲۶

حساب دترمینان  $3 \times 3$  :

مثال :

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 2(1 \cdot 4 - 2 \cdot 3) - 3(4 \cdot 2 - 2 \cdot 1) + 1(9 - 4) = 2(4 - 6) - 3(8 - 2) + 1(5) = 4 - 12 + 5 = -3$$

مثال :

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 3(3 \cdot 3 - 2 \cdot (-2)) - 2(2 \cdot 3 - 4 \cdot 4) + 4(-2 \cdot 3 - 4 \cdot 4) = 3(9 - (-4)) - 2(6 - 16) + 4(-6 - 16) = 27 + 12 - 32 = 7$$

خواص دترمینان :

۱- اگر جای دو سطر یا دو ستون را تغییر ندهیم دترمینان حاصل در یک متقی ضرب می شود.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

۲- اگر دو سطر یا دو ستون در یک خط باشند حاصل دترمینان صفر است.

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$$

۳- از یک سطر یا یک ستون می توان عددی فاکتور گرفت این عدد را در جلوی دترمینان

می نویسیم.

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 10 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 10 \end{vmatrix} = 2 \times 5 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 10 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$$

۲۷

اردیبهشت ۱۳۹۰

۸ جمادی الثانیه ۱۴۳۲

۲۲

پنجشنبه

12 May 2011

مثال: حاصل دترمینان زیر را بدست آورید؟

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 10 & 15 \\ 4 & 4 & 8 \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 8 \end{vmatrix} = 5 \times 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

چون سطرها و ستون  
برابر هم باشند

۴- اگر یک سطر یا یک ستون صفر باشد حاصل دترمینان صفر است.

تعریف ترانزپوز:  $(A^T)$

ترانزپوز یک ماتریس به صورت زیر بدست می آید که ماتریس جدیدی است:

- سطرهای ماتریس را به ستون تبدیل می کنیم ماتریس جدید ترانزپوز ما قبل خواهد بود.

اردیبهشت ۱۳۹۰

۹ جمادی الثانیه ۱۴۳۲

۲۳

جمعه

13 May 2011

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

مثال:

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 7 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

لغو امتیاز تنباکو به فتوای آیت الله میرزا حسن شیرازی (۱۲۷۰ ه.ش)

خواص تراشیده:

$$(A+B)^T = A^T + B^T \quad -1$$

$$(AB)^T = B^T A^T \quad -2$$

$$(A^T)^T = A \quad -3$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ -x + 2y = 5 \end{cases}$$

مثال: دستگاه معادلات زیر را حل کنید:

$$-x + 2y = 5$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ماتریس ضرایب} \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad \text{مجهول}$$

$$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \quad \text{مطلوب}$$

$$X = A^{-1} B$$

روز بزرگداشت فردوسی

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -\frac{3}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{7} - \frac{15}{7} \\ \frac{4}{7} + \frac{10}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{7}{7} \\ \frac{14}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x = -1 \\ y = 2 \end{matrix}$$

۲۹



۲۶



حل معادلات سه مجهولی با استفاده از ماتریس وارون:

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 5 \\ -x + 2y - z = 2 \\ 4x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

مثال:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1} B$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^*$$

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$$C^T = A^*$$

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} A_{ji}$$



۲۷



روز ارتباطات و روابط عمومی

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 2(4-1) - 3(-2+4) + 4(1-8) = 6 - 6 - 28 = -28$$

$$C_{11} = (-1)^{1+1} A_{11} = A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4-1 = 3$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2} A_{12} = -A_{12} = - \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -(-2+4) = -2$$

۳۰

ارديبهشت ۱۳۹۰

۱۴ جمادی الثانیہ ۱۳۳۲



۲۸



چهارشنبه

18 May 2011

روز بزرگداشت حکیم عمر خیام - روز جهانی موزه و میراث فرهنگی

$$C_{13} = (-1)^{1+3} A_{13} = A_{13} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = 1 - 12 = -11$$

$$C_{21} = (-1)^{2+1} A_{21} = -A_{21} = - \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = -(-12 - 4) = 16$$

$$C_{22} = (-1)^{2+2} A_{22} = A_{22} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 16 = -10$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} A_{33} = A_{33} = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -4 - 12 = -16$$

ارديبهشت ۱۳۹۰

۱۵ جمادی الثانیہ ۱۳۳۲



۲۹



پنجشنبه

19 May 2011

$$C_{31} = (-1)^{3+1} A_{31} = A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -3 - 8 = -11$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} A_{32} = -A_{32} = - \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -(-2 + 4) = -2$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} A_{33} = A_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$$

۳۱

اردیبهشت ۱۳۹۰

۳۰

جمعه

۱۶ جمادی الثانیه ۱۳۳۲

20 May 2011

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -7 \\ -10 & -12 & 14 \\ -11 & -2 & 7 \end{bmatrix} \quad A = e^T = \begin{bmatrix} 3 & -10 & -11 \\ -2 & -12 & -2 \\ -7 & 14 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-28} \begin{bmatrix} 3 & -10 & -11 \\ -2 & -12 & -2 \\ -7 & 14 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{-28} & \frac{-10}{-28} & \frac{-11}{-28} \\ \frac{-2}{-28} & \frac{-12}{-28} & \frac{-2}{-28} \\ \frac{-7}{-28} & \frac{14}{-28} & \frac{7}{-28} \end{bmatrix} = A^{-1} \times B$$

$$X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} \frac{3}{-28} & \frac{-10}{-28} & \frac{-11}{-28} \\ \frac{-2}{-28} & \frac{-12}{-28} & \frac{-2}{-28} \\ \frac{-7}{-28} & \frac{14}{-28} & \frac{7}{-28} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

۱۳۹۰ اردیبهشت

۳۱

شنبه

۱۷ جمادی الثانیه ۱۳۳۲

21 May 2011

$$= \begin{bmatrix} -\frac{10}{28} + \frac{20}{28} + \frac{33}{28} \\ \frac{10}{28} + \frac{24}{28} + \frac{4}{28} \\ \frac{49}{28} - \frac{28}{28} + \frac{21}{28} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{53}{28} \\ \frac{38}{28} \\ \frac{-14}{28} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{53}{28} \\ \frac{38}{28} \\ \frac{-14}{28} \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} x &= \frac{53}{28} \\ y &= \frac{38}{28} \\ z &= \frac{-14}{28} \end{aligned}$$





روز بهره‌وری و بهینه‌سازی مصرف - روز بزرگداشت ملا صدرا (صدر المتألهین)

**معادلات دیفرانسیل:**

معادلاتی که در آن‌ها مشتق یا دیفرانسیل دیده می‌شود بنام معادلات دیفرانسیل نامیده می‌شوند. اگر مشتق از مرتبه اول در معادله دیده شود معادله دیفرانسیل مرتبه اول نامیده می‌شود. اگر مشتق از مرتبه دوم در معادله دیده شود معادله دیفرانسیل را از مرتبه دوم نامیده می‌شود.

**معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به چهار دسته زیر تقسیم می‌شوند:**

- ۱- معادلات جداشدنی (معادلاتی که متغیرها از هم جدا می‌شوند)
- ۲- معادلات همگن
- ۳- معادلات خطی
- ۴- معادلات کامل



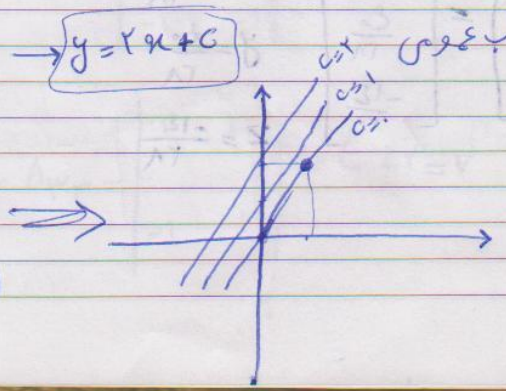
**معادلات جداشدنی: جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را پیدا کنید**

مطلوبه از حل معادله روی محور یا قوس آن است که در معادله صدق کند  $y' = 2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2$

مشتق در آن ضرب می‌کنیم  $d_x(\frac{dy}{dx}) = 2(dx) \Rightarrow dy = 2dx$

انتگرال می‌گیریم  $\int dy = \int 2dx \Rightarrow y = 2x + C$

- $C=0 \rightarrow y = 2x$
- $C=1 \rightarrow y = 2x + 1$
- $C=2 \rightarrow y = 2x + 2$



۳۳

خرداد ۱۳۹۰

۳

سه شنبه

۲۰ جمادی الثانیه ۱۴۳۲

24 May 2011

ولادت حضرت فاطمه زهرا سلام الله علیها (مشتق قبل از هجرت او روز زن - تولد حضرت امام خمینی (ره) از رهبر کبیر انقلاب اسلامی (۱۳۲۰ ه.ق) - فتح خرمشهر در عملیات بیت المقدس (۱۳۶۱ ه.ش)

پاسخ احتقاصی معادله را با شرط اولیه  $x=3$  و  $y=2$  را بیابید.

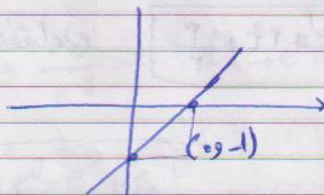
$$y' = 2(2) + C$$

بجای  $x$  و  $y$  عدد های بالا را در معادله عمومی می نویسیم.

$$3 = 4 + C \Rightarrow C = 3 - 4 = -1$$

پاسخ احتقاصی

$$y = 2x - 1$$



مثال: تغییرات جریان نسبت به زمان به صورت زیر است اگر در زمان  $t=0$  مقدار  $i=5$  باشد

$$\frac{di}{dt} = 3$$

پاسخ احتقاصی را بیابید

$$dt \left( \frac{di}{dt} = 3 \right) dt \rightarrow di = 3 dt \rightarrow \int di = \int 3 dt \rightarrow i = 3t + C$$

جواب عمومی

خرداد ۱۳۹۰

۴

چهارشنبه

۲۱ جمادی الثانیه ۱۴۳۲

25 May 2011

پاسخ احتقاصی  $i = 3t + 5$  وزن مقاومت، ایثار و پیروزی

مثال: سرعت متحرکی بر حسب زمان به صورت  $v = t + 2$  باشد فرم مسافت را با تابع مسافت

$$v = t + 2$$

را بیابید. ابتدا به شرط آنکه در  $t=1$ ،  $s=4$  باشد.

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \left( \frac{ds}{dt} = t + 2 \right) dt \rightarrow ds = (t + 2) dt$$

$$\rightarrow \int ds = \int (t + 2) dt \rightarrow \int ds = \int t dt + \int 2 dt \rightarrow s = \frac{1}{2} t^2 + 2t + C$$

جواب عمومی

$$\int t^n dt = \frac{1}{n+1} t^{n+1} + C \quad \text{و} \quad \int t^{-1} dt = \int \frac{dt}{t} = \ln |t| + C$$

فرمول های مورد استفاده شده

۳۴

خرداد ۱۳۹۰

۲۲ جمادی الثانیه ۱۳۳۲



۵



پنجشنبه

26 May 2011

$$t=1 \quad s=f$$

$$f = \frac{1}{r}t + C - f = \frac{A}{r} + C \rightarrow C = f - \frac{A}{r} = \frac{1-A}{r} = \frac{3}{r}$$

محاسبه:

$$s = \frac{1}{r}t^r + rt + \frac{3}{r}$$

باسف احتسابی

مثال: انتگرال های زیر را محاسبه کنید!

$$\int x^3 dx = \frac{1}{3+1} x^{3+1} + C = \frac{1}{4} x^4 + C$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$\int x^{-r} dx = \frac{1}{-r+1} x^{-r+1} + C = \frac{1}{-r} x^{-r} + C$$

$$\int x^{\frac{1}{r}} dx = \frac{1}{\frac{1}{r}+1} x^{\frac{1}{r}+1} + C = \frac{1}{\frac{1+r}{r}} x^{\frac{1+r}{r}} + C = \frac{r}{1+r} x^{\frac{1+r}{r}} + C$$

۲۳ جمادی الثانیه ۱۳۳۲



۶



جمعه

27 May 2011

$$1) \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

حالت های خاص:

$$2) \int e^x dx = e^x + C$$

$$4) \int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C$$

$$3) \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

$$f) \int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$$

$$d) \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$$

۲۵



V



مثال: باسج معادله  $\frac{dy}{dx} = e^{x-y}$  (با  $\frac{dy}{dx}$  است کنید؟)

$$\frac{dy}{dx} = e^{x-y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = (e^x \cdot e^{-y}) dx$$

$$\rightarrow dy = (e^x \cdot e^{-y}) dx \xrightarrow{\text{طرفین را } e^{-y} \text{ تقسیم کنیم}} \frac{dy}{e^{-y}} = e^x \cdot dx \rightarrow e^y dy = e^x dx$$

جواب عمومی  $\int e^y dy = \int e^x dx \rightarrow e^y = e^x + C$  (طبق فرمول ۲)

مثال: باسج معادله  $\frac{dy}{dx} = x(y^2+1)$  (با  $\frac{dy}{dx}$  است کنید؟)

$$(x+1) \frac{dy}{dx} = x(y^2+1) \Rightarrow (x+1) dy = \frac{x(y^2+1)}{(y^2+1)} dx$$

$$\frac{x+1}{(y^2+1)} dy = \frac{x dx}{x+1} \xrightarrow{\text{طرفین را } x+1 \text{ تقسیم کنیم}} \frac{1}{y^2+1} dy = \frac{x}{x+1} dx$$



^



مثال: باسج معادله  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y^2+1}$  (با  $\frac{dy}{dx}$  است کنید؟)

$$\int \frac{dy}{y^2+1} = \int \frac{x}{x+1} dx \xrightarrow{\text{طبق فرمول ۲}} \tan^{-1}(y) = \int \frac{x+1-1}{x+1} dx$$

$$\tan^{-1}(y) = \int \left( \frac{x+1}{x+1} + \frac{-1}{x+1} \right) dx \rightarrow \tan^{-1}(y) = \int \left( 1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = \int dx - \int \frac{dx}{x+1}$$

$$\tan^{-1}(y) = x - \int \frac{du}{u} = x - \ln|u| + C = x - \ln|x+1| + C$$

جواب عمومی

$$\begin{cases} u = x+1 \\ du = 1 \end{cases}$$

۳۶

خرداد ۱۳۹۰

۲۶ جمادی الثانیه ۱۳۳۲

۹

دوشنبه

30 May 2011

مثال: پاسخ اختصالی معادله زیر را با شرط اولی  $x=2$  و  $y=1$  را پیدا کنید.

$$2xy dx + (1+y) dy = 0 \quad \ln(1) = 0$$

$$2xy dx = -(1+y) dy \xrightarrow{\text{تقسیم بر } y} 2x dx + \frac{1+y}{y} dy = 0 \quad \text{انتگرال گیری}$$

$$\int 2x dx + \int \frac{1+y}{y} dy = 0 \rightarrow 2x \cdot \frac{1}{2} x^2 + \left( \frac{1}{y} + 1 \right) dy = 0$$

$$x^2 + \int \frac{1}{y} dy + \int dy = 0 \Rightarrow \boxed{x^2 + \ln|y| + y + C = 0} \quad \text{جواب عمومی}$$

$$x=2, y=1 \rightarrow 4 + \ln|1| + 1 + C = 0 \Rightarrow C = -5$$

$$\boxed{x^2 + \ln|y| + y - 5 = 0}$$

خرداد ۱۳۹۰

پاسخ اختصالی

۳۷

۲۷ جمادی الثانیه ۱۳۳۲

۱۰

سه شنبه

31 May 2011

$$\frac{d \ln y}{d \ln x} = \frac{y}{x} \Rightarrow \ln y dy = \frac{y}{x} dx \Rightarrow dy = \frac{y}{x \ln x} dx$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{dx}{x \ln x} \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x \ln x} \Rightarrow \ln|y| = \ln|\ln x| + C$$

$$u = \ln x \\ du = \frac{1}{x} dx$$

$$\Rightarrow \boxed{\ln|y| = \ln|\ln x| + C} \quad \text{جواب عمومی}$$

✓

خرداد ۱۳۹۰ ۱۱ چهارشنبه  
 ۲۸ جمادی الثانیه ۱۴۳۲ 1 June 2011

معادله دیفرانسیل مرتبه اول همگن :

معادله دیفرانسیل  $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$  را همگن نامیم اگر بتوانیم  
 را به حسب تابعی از  $(\frac{y}{x})$  بنویسیم.

زیر همگن است ؟

آیا معادله دیفرانسیل

$$(x^r + y^r)dx + 2xy dy = 0$$

$\div dx \Rightarrow (x^r + y^r) + 2xy \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 2xy \frac{dy}{dx} = -x^r - y^r \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-x^r - y^r}{2xy}$

$\div x^r \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-1 - (\frac{y}{x})^r}{\frac{2xy}{x^r}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-1 - (\frac{y}{x})^r}{\frac{2y}{x}}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{-1 - (\frac{y}{x})^r}{2(\frac{y}{x})}$  معادله دیفرانسیل همگن است.

---

خرداد ۱۳۹۰ ۱۲ پنجشنبه  
 ۲۹ جمادی الثانیه ۱۴۳۲ 2 June 2011

آیا معادله دیفرانسیل داده شده همگن است ؟

$(xe^{\frac{y}{x}} + y)dx - xdy = 0$

$(xe^{\frac{y}{x}} + y) - x \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow x \frac{dy}{dx} = xe^{\frac{y}{x}} + y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{xe^{\frac{y}{x}}}{x} + \frac{y}{x}$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} = F(\frac{y}{x})$  معادله همگن است

زیر همگن است ؟

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^r + 2xy + y^r}{x^r}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^r}{x^r} + \frac{2y}{x^r} + \frac{y^r}{x^r}$$

$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{y}{x} + (\frac{y}{x})^r = F(\frac{y}{x})$

جواب معادله دیفرانسیل همگن:

برای پاسخ به معادله همگن قرار می دهیم  $\frac{dy}{dx} = f\left(\frac{y}{x}\right)$  معادله را همگن نامیم

حل معادله همگن  $\frac{y}{x} = v$  را بسازیم  $f(v)$  کنیم و در معادله زیر قرار می دهیم

$$\frac{dx}{x} = \frac{dv}{f(v)-v}$$

مفصل

مثال: نشان دهید که معادله  $(x+y)dy + (x-y)dx = 0$  همگن است.

$$(x+y) \frac{dy}{dx} + (x-y) = 0$$

$$(x+y) \frac{dy}{dx} = y-x \xrightarrow[\text{قسمت کنیم}]{\text{طرفین را } (x+y) \text{ ضرب کنیم}} \frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{x+y} = \frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{y}{x}} = \frac{\frac{y}{x} - 1}{1 + \frac{y}{x}} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\frac{y}{x} = v \rightarrow f(v) = \frac{v-1}{1+v}$$

معادله دیفرانسیل همگن است. حل معادله است:

$$\frac{dx}{x} = \frac{dv}{\frac{v-1}{1+v} - v} \xrightarrow{\text{خرج کنیم}} \frac{dx}{x} = \frac{dv}{\frac{v-1 - v(1+v)}{1+v}} \rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{(1+v)dv}{-1-v^2}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{(1+v)dv}{-(1+v^2)} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \int \frac{dx}{x} = - \int \frac{(1+v)dv}{1+v^2}$$

$$\rightarrow \ln|x| = - \int \left( \frac{1}{1+v^2} + \frac{v}{1+v^2} \right) dv \rightarrow \ln|x| = - \int \frac{dv}{1+v^2} - \int \frac{v dv}{1+v^2}$$

۳۹

$$\frac{du}{2} = \frac{r \cdot v \cdot dv}{2} \Rightarrow r \cdot v \cdot dv = \frac{du}{1}$$

خرداد ۱۳۹۰ پنجشنبه  
۶ رجب ۱۳۳۲ ۱۹ 9 June 2011

$$\ln|x| = -\tan^{-1}(v) - \int \frac{\frac{1}{r} du}{u} = -\tan^{-1}(v) - \frac{1}{r} \int \frac{du}{u} = -\tan^{-1}(v) - \frac{1}{r} \ln|u| + C$$

$$u = 1 + v^r$$

$$du = r \cdot v \cdot dv \xrightarrow{\text{تقسیم بر } r} \frac{1}{r} du = v \cdot dv$$

$$= -\tan^{-1}(v) - \frac{1}{r} \ln|1 + v^r| + C$$

جواب عمومی

$$\ln|x| = -\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \frac{1}{r} \ln\left|1 + \left(\frac{y}{x}\right)^r\right| + C$$

تکامل از معادله  $(x e^{\frac{y}{x}} + y) dx - x dy = 0$  می‌تواند به معادله  $(x e^{\frac{y}{x}} + y) dx - x dy = 0$  در صورتی که در صورتی که  $y$  را به  $x$  تبدیل کنیم به دست آوریم.

با  $x$  تقسیم

$$(x e^{\frac{y}{x}} + y) - x \frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow x \frac{dy}{dx} = x e^{\frac{y}{x}} + y$$

با  $x$  تقسیم

$$x \frac{dy}{dx} = x e^{\frac{y}{x}} + y \xrightarrow{\text{تقسیم بر } x} \frac{dy}{dx} = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x} = f\left(\frac{y}{x}\right)$$

معادله فرادیده می‌شود

خرداد ۱۳۹۰ جمعه  
۷ رجب ۱۳۳۲ ۲۰ 10 June 2011

شهادت آیت الله سعیدی به دست مأموران ستم‌شاهی پهلوی (۱۳۳۹ ه. ش) - روز جهانی صنایع دستی

$$v = \frac{y}{x} \rightarrow P(v) = e^v + v$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dv}{P(v) - v} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dv}{e^v + v - v} \Rightarrow \frac{dx}{x} = \frac{dv}{e^v} = e^{-v} dv$$

انتگرال می‌گیریم

$$\int \frac{dx}{x} = \int e^{-v} dv \rightarrow \ln|x| = -e^{-v} + C$$

$$\ln|x| = -e^{-\left(\frac{y}{x}\right)} + C$$



۴۵

خرداد ۱۳۹۰  
۸ رجب ۱۴۳۲



۲۱



شنبه  
11 June 2011

معادلات دیفرانسیل خطی :

فرم کلی این نوع معادلات بصورت  $P(x) \frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$  در آن  $P(x)$

$Q(x)$  تابعی از  $x$  هستند. ضریب  $\frac{dy}{dx}$  همیشه باید یک باشد.

جواب این نوع معادلات بصورت زیر است.

$$y = \frac{1}{e^{\int P(x) dx}} \left[ \int Q(x) e^{\int P(x) dx} dx + C \right]$$

خرداد ۱۳۹۰  
۹ رجب ۱۴۳۲



۲۲



یکشنبه  
12 June 2011

سوال: در معادله  $L \frac{di}{dt} + Ri = 0$  ؟؟  $i$  را پیدا کنید؟

پایین برابری

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0 \rightarrow \mu(x) = e^{\int P(x) dx} = e^{\int \frac{R}{L} dt}$$

عده انزال ساز

$$\rightarrow e^{\frac{R}{L}t} = e^{\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{1}{e^{\frac{R}{L}t}} \left[ \int 0 \cdot e^{\frac{R}{L}t} dt + C \right] = \frac{C}{e^{\frac{R}{L}t}} = C e^{-\frac{R}{L}t}$$

۴۱

✓

خرداد ۱۳۹۰

۱۰ رجب ۱۳۳۲

۲۳

دوشنبه

13 June 2011

ولادت حضرت امام محمد تقی علیه السلام (جواد الائمه)، (۱۹۵ هـ.ق)

مثال: پامنی معادلا حریف استیل  
 $x \frac{dy}{dx} - y = x^r$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{r}{x}y = x \quad P(x) = -\frac{r}{x} \quad Q(x) = x$$

$$W(x) = e^{\int P(x) dx} = e^{\int -\frac{r}{x} dx} = e^{-r \int \frac{dx}{x}} = e^{-r \ln x} = \ln x^{-r} = e$$

$$e^{\ln A} = A \quad r \ln x = \ln x^r$$

انزفول زیر استفا در کرویوم:

$$\text{جواب} = y = \frac{1}{x^r} \left[ \int x \cdot x^{-r} dx + C \right] = x^r \left[ \int x^{-r} dx + C \right]$$

$$= x^r \left[ \frac{1}{-r+1} x^{-r+1} + C \right] = x^r \left[ -x^{-1} + C \right]$$

۱۱ رجب ۱۳۳۲

۲۴

سه شنبه

14 June 2011

۴۱

چهارشنبه خرداد ۱۳۹۰



۲۵



15 June 2011

معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم:

فرم کلی این نوع معادلات بصورت:

$$A \frac{d^2 y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = 0$$

این نوع معادلات، معادلات مرتبه دوم همگن نامند.

$$Ay'' + By' + Cy = 0$$

در این جا همگن بودن به معنای آن است که سمت راست معادله‌ی مرتبه‌ی دوم برابر صفر است.

توابع  $y = e^{mx}$  می‌توانند جواب‌های این نوع معادلات باشند.

$$y = e^{mx} \rightarrow y' = m e^{mx} \rightarrow y'' = m^2 e^{mx}$$

$$Am^2 e^{mx} + Bm e^{mx} + C e^{mx} = 0 \rightarrow e^{mx} (Am^2 + Bm + C) = 0$$

چهارشنبه خرداد ۱۳۹۰



۲۶



16 June 2011

ولادت حضرت امام علی علیه السلام (۲۳ سال قبل از هجرت) (تعطیل) - آغاز ایام البیض (اعتکاف) - روز جهانی مبارزه با مواد مخدر - شهادت سربازان دین اسلام: بخارایی، امامی، صفارهرندی و نیک نژاد (۱۳۳۴ ه. ش)

معادله مقسوم‌بر معادله مشخصه

$$e^{mx} \neq 0 \rightarrow Am^2 + Bm + C = 0$$

حالت اول: اگر  $\Delta > 0$  بران معادله مقسوم:

معادله مقسوم‌بران  $\Delta$  ریشه حقیقی متمایز  $m_1$  و  $m_2$  خواهد بود. در این صورت معادله دیفرانسیل همگن دارای دو جواب  $y_1 = e^{m_1 x}$  و  $y_2 = e^{m_2 x}$  است.

جواب عمومی معادله دیفرانسیل همگن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 e^{m_2 x}$$

۴۳

خرداد ۱۳۹۰

۱۴ رجب ۱۴۳۲



۲۷

جمعه

17 June 2011

روز جهاد کشاورزی (تشکیل جهاد سازندگی به فرمان حضرت امام خمینی (ره) - (۱۳۵۸ ه.ش) - روز جهانی بیابان زدایی

حالت دوم: اگر  $\Delta = 0$  باشد:

در این صورت معادله مقسوم دارایی همیشه صاف است  
 $m_1 = m_2 = \frac{-b}{2a} = m$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل همگرا به صورت زیر می نویسیم:  
 $y = C_1 e^{m_1 x} + C_2 x e^{m_2 x}$

حالت سوم: اگر  $\Delta < 0$  باشد:

معادله مقسوم دارایی همیشه دارای ریشه های مختلط است، ریشه ها بصورت:

$$m_1 = \alpha + i\beta$$

$$m_2 = \alpha - i\beta$$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل همگرا به صورت زیر می نویسیم:

$$y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$$

$\sin$  و  $\cos$  از کجا آمدند:  $e^{m_1 x} = e^{(\alpha + i\beta)x} = e^{\alpha x} e^{i\beta x} = e^{\alpha x} (\cos \beta x + i \sin \beta x)$   
 شبیه

خرداد ۱۳۹۰

۱۵ رجب ۱۴۳۲



۲۸

18 June 2011

$$e^{\alpha x} (\cos \beta x + i \sin \beta x)$$

وفات حضرت زینب سلام الله علیها (ع.ق) - تدفین ائمه بیگانه از بیت المقدس به مکه معظمه (ع.ق)

مثال: پاسخ معادله  $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0$  را بیابید.

معادله مقسوم:  $m^2 + m - 2 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(-2) = 1 + 8 = 9 > 0$$

$$m_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$m_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل:

$$y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}$$

مثال: مطلوب است حل معادله دیفرانسیل:  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 2y = 0$

معادله دیفرانسیل همگن:  $m^2 + 2m + 2 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(1)(2) = 4 - 8 = -4 < 0$  جواب حقیقی ندارد پس پاسخ جواب های مختلط میدهیم.

$m_1 = \frac{-2 + \sqrt{-4}}{2} = \frac{-2 + \sqrt{4}i}{2} = \frac{-2 + 2i}{2} = -1 + i$

$m_2 = -1 - i$  پس  $m_2$  مزدوج  $m_1$  می شود:  $\leftarrow$

ضریب  $\alpha$  همان  $\beta$  است.  $\alpha = 1, \beta = 1$

جواب عمومی معادله دیفرانسیل:  $y = e^{-x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

مثال: پاسخ اختصاصی معادله دیفرانسیل  $\frac{d^2I}{dt^2} - 4\frac{dI}{dt} + 4I = 0$  به شرط آنکه برای  $t=0$  مشتق  $I$  نسبت به  $t$  به اندازه آنکه مشتق آن برابر با کنیم مقدار  $t$  را جایگزین میکنیم.

مقدار  $I=3$  و  $\left. \frac{dI}{dt} \right|_{t=0} = 4$  باشد.

معادله همگن:  $m^2 - 4m + 4 = 0$

$\Delta = 16 - 4 \times 1 \times 4 = 16 - 16 = 0$

$m_1 = m_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$

جواب عمومی:  $I = C_1 e^{2t} + C_2 t e^{2t}$

برای مشتق عمل ضرب است  $f = C_2 t e^{2t} \Rightarrow f' = C_2 e^{2t} + 2C_2 t e^{2t}$

سه شنبه 21 June 2011

شهادت دکتر مصطفی جمران (۱۳۶۰ ه.ش) - روز بسیج اساتید

۳۱ خرداد ۱۳۹۰ ۱۸ رجب ۱۴۳۲

۴۵  
 $e^0 = 1$  من شود یک

جواب اختصاصی:  $V = C_1 e^0 + C_2 (0) e^0 \rightarrow C_1 = 3$

مشتق جواب عمومی:  $\frac{dI}{dt} = 2C_1 e^{rt} + C_2 r e^{rt} + 2C_2 t e^{rt}$

در اینجا  $C_1$  را در معادله قرار می دهیم:

بعد مقدار  $t$  را قرار می دهیم و برابر  $t$  می نویسیم:

$\frac{dI}{dt} = 4e^{rt} + C_2 r e^{rt} + 2C_2 t e^{rt}$

$4 = 4e^0 + C_2 r e^0 + 0 \rightarrow 4 = 4 + C_2 \rightarrow C_2 = 4 - 4 = 0$

جواب اختصاصی:  $I = 3e^{rt} - 2te^{rt}$

---

چهارشنبه 22 June 2011

روز تبلیغ و اطلاع رسانی دینی (سالروز صدور فرمان حضرت امام خمینی اره امینی بر تأسیس سازمان تبلیغات اسلامی) - (۱۳۶۰ ه.ش) - روز اصناف

تیر ۱۳۹۰ ۱۹ رجب ۱۴۳۲

مثال: پاسخ اختصاصی معادله دیفرانسیل  $4m^2 + 14m + 17 = 0$

$4m^2 + 14m + 17 = 0$  معادله مفسر:

$\Delta = (14)^2 - 4 \times 4 \times 17 = 48 - 4 \times 68 = -4 < 0$

فرمول استفاده شده:  $\Delta = (b/a)^2 - ac$

چون  $\Delta < 0$  پس جواب  $m$  کمرنگ است.

$m_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{a} = \frac{-14 + \sqrt{-4}}{4} = \frac{-14 + 2i}{4}$  باید معنی مقدار را نصف کنیم.

$m_2 = -2 + \frac{1}{4}i$  و  $m_2 = -2 - \frac{1}{4}i$  وقتی مقدار مثبت بود از فرمول بالا استفاده می کنیم.

$\alpha = -2 \quad \beta = \frac{1}{4}$

$V = e^{-2t} (C_1 \cos(\frac{1}{4}t) + C_2 \sin(\frac{1}{4}t))$

۴۶

تیر ۱۳۹۰



۲



پنجشنبه

23 June 2011

$$1 = e^t (C_1 \cos(t) + C_2 \sin(t)) \rightarrow C_1 = 1$$

$$0 = e^{-2t} (C_3 \cos(\frac{t}{2}) + C_4 \sin(\frac{t}{2})) \rightarrow 0 = e^{-2t} C_4 \rightarrow C_4 = 0$$

$$V = e^{-2t} \cos \frac{t}{2}$$

جواب اختصاصی:

معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم نا همگن:

$$A \frac{d^2y}{dx^2} + B \frac{dy}{dx} + Cy = f(x)$$

که  $f(x)$  تابعی از  $x$  باشد. جواب عمومی این نوع معادلات بصورت  $y = y_c + y_p$

است که  $C$  جواب عمومی معادله دیفرانسیل مرتبه دوم همگن و  $y_p$  جواب اختصاصی

تیر ۱۳۹۰



۳



جمعه

24 June 2011

معادله دیفرانسیل مرتبه دوم نا همگن است که باید  $y_p$  را پیدا کنیم. انتخاب  $y_p$  بستگی

به فرم تابع  $f(x)$  دارد.

۴۷

تیر ۱۳۹۰

۲۲ رجب ۱۳۳۲

۴

شنبه

25 June 2011

مثال: جواب اختصای معادله دیفرانسیل مرتبه دوم ناممکن را بیست آورید!

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 3x$$

معادله همگن نظیر بصورت زیر است.

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4y = 0$$

$$m^2 - m - 4 = 0$$

معادله مقسوم بصورت

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 1 + 16 = 17 > 0$$

$$m_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+1 + \sqrt{17}}{2} = \frac{1 + d}{2} = 3$$

تیر ۱۳۹۰

۲۳ رجب ۱۳۳۲

۵

یکشنبه

26 June 2011

$$m_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} = \frac{1 - d}{2} = -2$$

$$y_c = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$$

جواب عمومی معادله همگن نظیر

$$P(x) = 3x + c$$

$$y_p = Ax + B$$

در رابطه صورت رو بر و انتخاب می کنیم:

$$\dot{y}_p = A, \ddot{y}_p = 0$$

پس در معادله ناممکن قرار می دهیم:

$$0 - A - 4(Ax + B) = 3x$$



۴۸

تیر ۱۳۹۰

۲۴ رجب ۱۳۳۳



۶



دوشنبه

27 June 2011

$$-A - 4Ax - 4B = 3x \rightarrow 4Ax - A - 4B = 3x$$

$$\begin{cases} -4A = 3 \rightarrow A = \frac{3}{-4} = -\frac{1}{2} \\ -A - 4B = 0 \rightarrow -4B = A \rightarrow B = \frac{A}{-4} = \frac{-\frac{1}{2}}{-4} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

$$y_p = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{12}$$

جواب اختصاصی

$$y = y_c + y_p = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x} - \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = x^2$$

رابطه است کوبرید!

مثال: با سعی معادله دیرانسیل تا همگن

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$$

معادله همگن نظیر

$$m^2 + 1 = 0$$

سه شنبه

28 June 2011

تیر ۱۳۹۰

۲۵ رجب ۱۳۳۳



۷



شهادت حضرت امام موسی کاظم علیه السلام (۱۸۳ ه.ق.) - شهادت مظلومانه آیت الله دکتر بهشتی و ۷۲ تن از یاران امام خمینی (ره) با انفجار بمب به دست منافقان در دفتر مرکزی حزب جمهوری اسلامی (۱۳۶۸ ه.ش.) - روز قوه قضاییه

$$m^2 = -1 \rightarrow m^2 = i^2 \rightarrow m = \pm i \quad m = \alpha \pm i\beta$$

$$\alpha = 0, \beta = 1$$

$$y_c = e^{ix} (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$$

جواب عمومی معادله همگن نظیر:

$$= c_1 \cos x + c_2 \sin x$$

$$LHS = x^2$$

چون در سمت راست  $x^2$  قرار دارد پس  $y_p$  را بصورت زیر انتخاب می‌کنیم.

$$y_p = Ax^2 + Bx + C$$

۴۹

تیر ۱۳۹۰  
۲۶ رجب ۱۴۳۲



چهارشنبه  
29 June 2011

روز مبارزه با سلاح های شیمیایی و میکروبی

$$\ddot{y}_p = 2Ax + B \rightarrow \ddot{y}_p = 2A$$

$$2A + Ax' + Bx + C = x' \rightarrow Ax' + Bx + 2A + C = x'$$

$$\begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ 2A+C=0 \rightarrow C=-2A \rightarrow C=-2 \end{cases}$$

$$\ddot{y}_p = x' - 2 \quad \text{جواب افتقاعی}$$

توجه: جواب عمومی معادله  
ناهمگن

$$y = y_c + \ddot{y}_p = C_1 \cos x + C_2 \sin x + x' - 2$$

تیر ۱۳۹۰  
۲۷ رجب ۱۴۳۲



پنجشنبه  
30 June 2011

مبعث حضور رسول اکرم صلی الله علیه وآله (۱۳ سال قبل از هجرت) (تعطیل)

را حساب کنید؟

معادله با ضرایب متغیر (دیرانسیل) ناممکن زیرا

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \varepsilon \frac{dy}{dx} + y = 2x + 1$$

معادله همگن نظیر:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \varepsilon \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$m^2 + \varepsilon m + 1 = 0$$

معادله همگن:

$$\Delta = (\varepsilon)^2 - 4(1)(1) = \varepsilon^2 - 4 = 12$$

$$m_1 = \frac{-\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - 4}}{2} = \frac{-\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - 4}}{2} = \frac{-\varepsilon + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{-\varepsilon + 2\sqrt{3}}{2} = -\frac{\varepsilon}{2} + \sqrt{3}$$

50

تیر ۱۳۹۰

۲۸ رجب ۱۴۳۲



۱۰



جمعه

1 July 2011

روز صنعت و معدن

$$m_p = -2 - \sqrt{2}$$

$$y_c = c_1 e^{(-2+\sqrt{2})x} + c_2 e^{(-2-\sqrt{2})x}$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$y_p = Ax + B$$

ی‌پ را به صورت زیر انتخاب می‌کنیم.

$$y_p' = A \Rightarrow y_p'' = 0$$

$$0 + EA + Ax + B = 2x + 1 \rightarrow Ax + EA + B = 2x + 1$$

$$\begin{cases} A = 2 \\ EA + B = 1 \rightarrow E(2) + B = 1 \rightarrow 2A + B = 1 \rightarrow B = 1 - 2A = -3 \end{cases}$$

تیر ۱۳۹۰

۲۹ رجب ۱۴۳۲



۱۱



شنبه

2 July 2011

شهادت آیت اله صدوقی چهارمین شهید محراب به دست منافقان (۱۳۶۱ ه. ش)

$$y_p = 2x - 3$$

$$y = y_c + y_p = c_1 e^{(-2+\sqrt{2})x} + c_2 e^{(-2-\sqrt{2})x} + 2x - 3$$

۵۱

تیر ۱۳۹۰

۱۲

یکشنبه

۱ شعبان ۱۴۳۲

3 July 2011

حمله دهنشانه به هواپیمای مسافربری جمهوری اسلامی ایران توسط ناوگان آمریکای جنایتکار (۱۳۶۷ ه.ش)

مثال: پاسخ اجزای معادله  $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 10y = 0$  باشد با  $y(0) = 2$  و  $y'(0) = 1$

$$m^2 - 2m + 10 = 0$$

معادله مقسوم:

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 10 = 4 - 40 = -36 < 0$$

$$m_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{-36}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{36}i}{2} = \frac{2 \pm 6i}{2} = 1 \pm 3i$$

$$m_1 = 1 + 3i$$

$$\alpha = 1, \beta = 3$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

جواب عمومی معادله می‌گردد.

تیر ۱۳۹۰

۱۳

دوشنبه

۲ شعبان ۱۴۳۲

4 July 2011

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x) \rightarrow y = C_1$$

$$y = e^x (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$y = e^x \cos 3x + C_2 e^x \sin 3x$$

$$e^0 = 1$$

$$y' = e^x \cos 3x + e^x (-3 \sin 3x) + C_2 e^x \sin 3x + C_2 e^x (3 \cos 3x)$$

$$1 = e^0 \cos 0 + e^0 (-3 \sin 0) + C_2 e^0 \sin 0 + C_2 e^0 (3 \cos 0)$$

$$1 = 1 + 3C_2 \rightarrow -1 = 3C_2 \rightarrow C_2 = -\frac{1}{3}$$

۵۲

تیر ۱۳۹۰

۱۴

سه شنبه

۳ شعبان ۱۴۳۲

5 July 2011

ولادت حضرت امام حسین علیه السلام (۳-۴) و روز پاسدار - روز قلم

جواب امتحان

$$y = e^x \left( 2 \cos 3x - \frac{1}{3} \sin 3x \right)$$

مثال معادله دیفرانسیل:  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} - 3y = 0$  را حساب کنید!

معادله مشخصه  $m^2 - 2m - 3 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-3) = 4 + 12 = 16 > 0$$

$$m_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$m_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{2 - 4}{2} = -1$$

تیر ۱۳۹۰

۱۵

چهارشنبه

۴ شعبان ۱۴۳۲

6 July 2011

ولادت حضرت ابوالفضل العباس علیه السلام (۲۶-۳) و روز جانباز

جواب عمومی  $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-x}$

مثال معادله دیفرانسیل:  $\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 4y = 0$  را حل کنید!

معادله مشخصه  $m^2 - 2m + 4 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(4) = 4 - 16 = -12 < 0$$

$$m_1 = \frac{2 + \sqrt{-12}}{2} = \frac{2 + \sqrt{12}i}{2} = \frac{2 + 2\sqrt{3}i}{2} = 1 + \sqrt{3}i$$

$$m_2 = 1 - \sqrt{3}i$$

۵۳

۳۵

تیر ۱۳۹۰

۱۶

پنجشنبه

۵ شعبان ۱۳۳۳

7 July 2011

ولادت حضرت امام زین العابدین علیه السلام (۲۸ هـ - ق) - روز مایات

$$\alpha = 1, \beta = \sqrt{3}$$

$$y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \quad \text{جواب عمومی}$$

$$= e^x (c_1 \cos \sqrt{3} x + c_2 \sin \sqrt{3} x)$$

مثال: معادله نا همگن  $\frac{d^2 y}{dx^2} + \epsilon \frac{dy}{dx} + \delta y = x + 2$  را حل کنید.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \epsilon \frac{dy}{dx} + \delta y = 0$$

$$m^2 + \epsilon m + \delta = 0 \quad \leftarrow \text{معادله مشخصه}$$

تیر ۱۳۹۰

۱۷

جمعه

۶ شعبان ۱۳۳۳

8 July 2011

$$\Delta = (\epsilon)^2 - 4(1)(\delta) = 14 - 20 = -6 < 0$$

$$m_1 = \frac{-\epsilon + \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-\epsilon + \sqrt{-6}i}{2} = \frac{-\epsilon + \sqrt{6}i}{2} = \frac{-\epsilon}{2} + \frac{\sqrt{6}i}{2} = 2 + i$$

$$m_2 = 2 - i$$

$$\alpha = -2, \beta = 1$$

$$y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) = e^{-2x} (c_1 \cos x + c_2 \sin x) \quad \text{جواب عمومی}$$

$f(x) = x + 2 \rightarrow$   $\rho$  را با صورت زیر انتخاب کنیم

۵۴

تیر ۱۳۹۰  
۷ شعبان ۱۴۳۲



۱۸



شنبه  
9 July 2011

$$y_p = Ax + B$$

$$y_p' = A, \quad y_p'' = 0$$

$$0 + \varepsilon A + \delta(Ax + B) = x + 2$$

$$\delta Ax + \varepsilon A + \delta B = x + 2$$

$$\delta A = 1 \rightarrow A = \frac{1}{\delta}$$

$$\varepsilon A + \delta B = 2 \rightarrow \varepsilon \left(\frac{1}{\delta}\right) + \delta B = 2 \rightarrow \delta B = 2 - \frac{\varepsilon}{\delta} \rightarrow \delta B = \frac{4}{\delta}$$

$$B = \frac{\frac{4}{\delta}}{\delta} = \frac{4}{\delta^2}$$

تیر ۱۳۹۰  
۸ شعبان ۱۴۳۲



۱۹



یکشنبه  
10 July 2011

$$y_p = \frac{1}{\delta} x + \frac{4}{\delta^2}$$

$$\text{جواب عمومی} = y = y_c + y_p = e^{-rx} (c_1 \cos \mu x + c_2 \sin \mu x) + \frac{1}{\delta} x + \frac{4}{\delta^2}$$

پایان