Sabrali.Rozblog.com

فصل اول

مدارهای فشرده وقوانین کیرشف

مدارهای الکتریکی هیچگونه تازگی برای شما ندارد وهمه شما درسالهای پیش، درفیزیک دبیرستان و فیزیک دورهٔ عمومی وشاید هم درپاره‌ای از درسهای مهندسی با آنها مواجه بوده‌اید . معهذا مطالعهٔ مدارها ممکن است تا بحال بطورسطحی انجام گرفته باشد وشاید اغلب، حالتهای خاص بررسی شده باشد . دراین کتاب، نظریه اساسی مدارهای الکتریکی بطور «منظم»(۱) بنیان گذاری می‌شود . بطوریکه وقتی خواننده این کتاب را بپایان میرسانند، ازلحاظ درك مدارها وتوانائی تجزیه و تحلیل درست هرمدار داده شده ، از خود مطمئن خواهد بود . علاوه براین ، ضمن تشریح اصولی نظریه مدارها ، خواننده با چند مفهوم اساسی دیگر که دربسیاری از رشته‌های مهندسی ، مانند ارتباطات ، کنترل و سیستمهای مکانیکی حائز اهمیت می‌باشند آشنا خواهد شد . بدینسان ، یک درس اصولی درنظریه مدارها ، دربرنامهٔ آموزشی یک مهندس ، بخصوص یک «مهندس برق» ، جنبهٔ اساسی دارد .

نظریه مدار (وهررشته مهندسی دیگر) متکی برمفهوم مدل سازی است . برای تجزیه و تحلیل هرسیستم فیزیکی پیچیده ، باید آن را بتوان بصورت یک مدل ایده‌آل(۲) ، که ازبهم پیوستن جزءهای ایده‌آل تشکیل می‌شود ، توصیف نمود . جزءهای ایده‌آل مدلهای ساده‌ای هستند که بمنظور نمایش‌دادن یا برآورد تقریبی خواص عناصر فیزیکی ساده یا پدیده‌های فیزیکی بکارمیروند. گرچه عناصروپدیده‌های فیزیکی را فقط می‌توان بطور تقریب توصیف نمود ، ولی عناصر ایده‌آل ، دقیقاً بموجب تعریف مشخص می‌شوند . درنظریه مدار ، ما مدارهایی راکه از عناصر ایده‌آل تشکیل می‌شوند بررسی می‌کنیم و همچنین خواص کلی آنهارا مورد مطالعه قرارمیدهیم. برای یک مدار فیزیکی داده شده، میتوان مدلهای ایده‌آل آنرا درچند مرحله بدست آورد بقسمی که طرزکار این مدلها یا طرزکار مدار فیزیکی بتدریج بهم نزدیکتر گردند . با تجزیه و تحلیل مدل مدار ، می‌توان طرزکار مدار فیزیکی را پیش‌بینی نموده ومدارهای بهتری طرح نمود .

مدلهائی که درنظریهٔ مدار بکار میروند مشابه مدلهای آشنا درمکانیک کلاسیک ، مانند ذره(۳) و

---

۱ — Systematic ۲ — Ideal

۳ — Particle

Sabrali.Rozblog.com

جسم سخت(۱) میباشند. بخاطر آورید که ذره مدل یک‌شی بسیار کوچک میباشد. بموجب تعریف، یک ذره ابعاد فیزیکی صفر داشته ولی دارای جرم مثبت، موقعیت، سرعت وشتاب مشخصی میباشد. بطریق مشابه، فرض میشود که یک جسم سخت دارای شکل، جرم و **اینرسی** معینی بوده هرقدر نیروی وارد باین جسم زیاد باشد فاصلهٔ بین هیچ دونقطهٔ آن تغییر نمی‌کند. در دنیای فیزیکی، وقتی دقیقاً صحبت کنیم، چیزی مانند یک ذره یا جسم سخت وجود ندارد. درحالیکه درطرح‌ماشینها، هواپیماها، وموشکها این‌گونه مدلهای ایده‌آل بطور موفقیت‌آمیزی بکار میروند. اجزاء مدار مانند آنهایی که در فصل ۲ موردبحث قرار می‌گیرند، مدلهائی‌هستند که عنصر فیزیکی‌را دقیقاً وبدون‌تقریب مشخص‌میکند. آنها ایده‌آل شدهٔ خواص فیزیکی عناصر عملی که بطور تجارتی عرضه می‌شوند هستند. یک مدار، از بهم پیوستن اجزاء مدار تشکیل می‌شود وما مدارهای عملی را بکمک مدلهای ایده‌آل شدهٔ آنها طرح و تجزیه و تحلیل می‌کنیم.

بطور کلی‌دونوع‌مدار وجود دارد: «مدارهای‌فشرده»(۲) و«مدارهای گسترده(۳)». دراین کتاب، ما تنها مدارهای‌فشرده را درنظرخواهیم‌گرفت. این کار به دو دلیل انجام میگیرد: اول اینکه فهمیدن وطرح مدارهای فشرده ساده‌تر است. آنها مشابه سیستم‌های مکانیکی هستند که از مجموعهٔ ذره‌هایی که رویهم اثر متقابل‌میکنند تشکیل می‌شوند. دوم اینکه نظریه مدارهای‌گسترده را می‌توان برمبنای‌مدارهای فشرده قرار داد. درواقع یک‌مدار گسترده را می‌توان بصورت حد ودنباله‌ای از مدارهای فشرده درنظر گرفت، همانطوریکه معادلات تارمرتعش(٤) و غشاء(٥) را می‌توان بصورت حد سیستمی از ذره‌های عمل کننده رویهم، وقتیکه تعداد ذرات بسمت بینهایت وفاصلهٔ آنها بسمت صفر میل میکند درنظر گرفت.

۱- مدارهای فشرده

مدارهای فشرده از بهم پیوستن «عناصر فشرده» بدست میآیند. مثالهائی از عناصر فشرده عبارتند ازمقاومت، سلف، خازن وترانسفورماتور که‌درآزمایشگاه با آنها مواجه بوده‌اید و می‌توانید آنها را روی‌دستگاه رادیو هم ببینید. خاصیت عمدهٔ عناصر فشرده کوچکی‌اندازهٔ آنها میباشد (درمقایسه باطول موجی که با فرکانس طبیعی کارآنها متناظر است). ازنقطه

---

۱ — Rigid body
۲ — Lumped Circuits
۳ — Distributed Circuits
٤ — String
٥ — Membrance

Sabrali.Rozblog.com

نظر کلی حوزهٔ الکترومغناطیسی ، عناصر فشرده ویژگی‌های نقطه‌ای[۱] هستند . یعنی ابعاد فیزیکی آنها قابل صرفنظر کردن است. ازاین لحاظ ، آنها مشابه یک ذره می‌باشند. عناصر فشرده ممکن است ، مانند مقاومت یا خازن ، دوسر داشته باشند ویا ، مانند ترانسفورماتور و ترانزیستور ، بیش از دوسر داشته باشند . برای عناصر فشرده «دوسر» میتوان نشان‌داد که قوانین عمومی مربوط به حوزه الکترومغناطیسی ، توأم با محدودیت اندازهٔ فیزیکی که در بالا بآن اشاره شد لازم میدارند که جریانی که وارد یک سرآن میشود با جریانی که از سر دیگر خارج می‌شود برابر باشد ، و اختلاف ولتاژ دوسر را ، با اندازه‌گیری فیزیکی ، میتوان بدون هیچ ابهامی مشخص نمود . بنابراین «برای عناصر فشرده دو سر جریانی که ازعنصر می گذرد و ولتاژ دوسرآن کمیت‌های کاملاً معینی هستند ، و برای عناصر فشرده‌ای که بیش از دوسر دارند جریانی که وارد هرسر می‌شود و ولتاژ بین هرجفت سر نیز ، درهمه لحظه ها ، کمیت‌های کاملاً معینی می‌باشند» .

دربقیه این کتاب ، هرنوع بهم پیوستنی از عناصر فشرده را که درآن ابعاد مدار در مقایسه باطول موج متناظر با بالاترین فرکانس موردنظر کوچک باشد **مدار فشرده** گفته خواهد شد .

مادامیکه این محدودیت اندازهٔ مدار برقرار باشد ، قوانین جریان و ولتاژ کیرشف (که دربخش‌های ۳ و ٤ مورد بحث قرار خواهند گرفت) معتبر خواهند بود . محدودیت فوق نتیجهٔ این واقعیت است که قوانین کیرشف با تقریب از معادلات معروف ماکسول ـ که قوانین عمومی میدان الکترومغناطیسی را بیان می کنند ـ نتیجه می‌شوند . تقریب فوق ، مشابه این واقعیت است که قوانین نیوتن درمکانیک کلاسیک ، با تقریب از قوانین مکانیک نسبیت[۲] نتیجه می‌شوند . با وجود تقریبی بودن قوانین کیرشف و نیوتن ، می‌توان آنهارا درتعداد زیادی ازمسائل عملی بکار برد و این اهمیت نظری وعملی زیادتری به‌این‌معادلات میدهد .

برای نشان‌دادن نتیجه محدودیت اندازهٔ یک مدار ، حالتهای زیر را درنظرمیگیریم:

(۱) بالاترین فرکانس برای یک مدار صوتی[۳] ممکن است ۲۰ کیلوسیکل باشد که طول موج متناظر با آن :

---

۱ — Point singularities ۲ — Relativistic

۳ — Audio circuit

Sabrali.Rozblog.com

$$\lambda = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{۲۵ \times ۱۰^۳} = ۱۲ \text{ km} \approx ۷٫۵ \text{ مایل} \quad (۵)$$

می‌باشد . این مقدار خیلی بزرگتر از اندازهٔ یک مدار آزمایشگاهی است .

(۲) برای یک مدار کامپیوتر ، فرکانس ممکن است ۵۰۰ MHz باشد که درآن حالت :

$$\lambda = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{۵ \times ۱۰^۸} = ۶۰ \text{ Cm} \approx ۲ \text{ فوت}$$

است و بنابراین تقریب فشرده ممکن است مناسب نباشد .

(۳) برای یک مدار مایکروویو که درآن λ مقداری بین ده سانتیمتر و یک میلیمتراست، ما باحفره‌های تشدید کننده[۱] روبرو خواهیم بود و درآنجا یاد میگیریم که معادلات کیرشف برای این تشدید کننده‌ها صدق نمی کنند زیرا آنها درفرکانسهایی که طول موج آنها درحدود اندازهٔ ابعاد حفره‌ها می‌باشند کار میکنند .

چنانکه قبلاً گفته شد ، یک **مدار فشرده** ، بموجب تعریف ، عناصر فشردهٔ بهم پیوسته است . دریک مدار فشرده ، عناصر دوسر **شاخه‌ها**[۲] و سرهای عناصر **گرهها**[۳] خوانده‌میشود+ . شکل (۱-۱) یک‌مدار فشرده را نشان‌میدهد که‌دارای‌چهار گره (که بصورت ❶ و ❷ و ❸ و ❹ شماره گذاری شده‌اند) وشش شاخه (که بصورت ۱ ، ۲ ، ۳ ، ٤ ، ۵ و ٦ شماره گذاری شده‌اند) میباشد . ولتاژ دوسر یک شاخه (که **ولتاژ شاخه** خوانده میشود) وجریان داخل یک شاخه (که **جریان شاخه** خوانده می‌شود) متغیرهای‌اساسی موردتوجه درنظریه مدار هستند. بنابراین ، $i_۲$ جریان شاخهٔ ۳ و $v_۲$ ولتاژ شاخهٔ ۳ است.

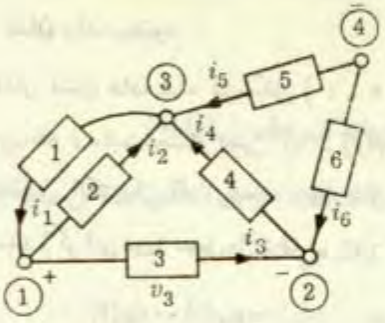
• نشانه ≈ یعنی «تقریباً مساوی است»

۱ — Cavity resonator ۲ — Branches

۳ — Nodes

+ ما اغلب کلمه‌های «گره» و «سر» را بجای‌هم بکار میبریم . بعدها کلمه « گره » مفهوم کلمه «سر» را بیان خواهد نمود که درآن چند عنصر بهم پیوسته‌اند . همچنین ، امروزه ، کلمه‌های «شاخه» و «عنصر» را بجای هم بکارمیبریم درحالیکه کلمهٔ شاخه ازبعضی لحاظ عمومی‌تراست .

Sabrali.Rozblog.com

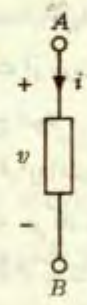


شکل ۱-۱- یک مدار فشرده با شش شاخه وچهارگره

بمنظور مشخص کردن جهت‌ها ، یک جهت قراردادی «بطور دلخواه» برای جریان و یک جهت قراردادی برای ولتاژ درنظر می‌گیریم . ما بخش بعد را به این جهت‌های قراردادی اختصاص میدهیم .

۲- جهت‌های قراردادی[۱]

یک عنصر فشرده دلخواه با دوسر A و B را مطابق شکل (۱ - ۲) درنظر میگیریم. این عنصر ممکن است مقاومت، سلف یا دیود[۲] باشد ، درحال‌حاضر ماهیت آن هیچ اهمیتی ندارد . برای تعمیم ، ما به‌این عنصر دوسر «شاخه» خواهیم گفت . برای یک مهندس بسیار لازم‌است که درمورد معنی جهت‌های قراردادی ولتاژ شاخه v و جریان شاخه i بسیار دقیق باشد . جهت قراردادی برای‌ولتاژ بوسیلهٔ علامتهای + و − ، که نزدیک سرهای



شکل ۱-۲- یک عنصر فشرده دوسر (یا یک شاخه) باگره‌های AوB . جهت قراردادی برای ولتاژ شاخه v و جریان شاخه i جهت‌های قراردادی نشان داده شده‌اند.

---

۱ — Reference directions ۲ — Diode

Sabrali.Rozblog.com

A و B درشکل (۱ - ۲) گذارده شده است ، نشان داده میشود . جهت قراردادی برای جریان بوسیله یک پیکان نشان داده میشود .

مطابق جهت قراردادی نشان داده شده در شکل (۱ - ۲) برای ولتاژ ، بموجب قرارداد، «ولتاژ شاخه v درلحظه t مثبت‌است» یعنی $[v(t)>0]$ اگر پتانسیل الکتریکی A درلحظهٔ t بزرگتر از پتانسیل الکتریکی B درهمان لحظه باشد و هردو پتانسیل نسبت به یک‌سبداً سنجیده شده باشند، اگر این دوپتانسیل را بترتیب v_A و v_B بنامیم، دراینصورت:

$$v(t)=v_A(t)-v_B(t)$$

مطابق جهت قراردادی نشان داده شده درشکل (۱ - ۲) برای جریان ، « جریان i درلحظهٔ t وقتی مثبت است» [یعنی $i(t)>0$] که ، در زمان t ، شاری از بارهای‌مثبت ازگره A وارد شاخه شود و ازگره B خارج شود .

توجه به‌این نکته حائز اهمیت است که جهت‌های قراردادی را میتوان بطور دلخواه تعیین نمود . زیرا آنها بتنهائی دربارهٔ اینکه چه اتفاقی بطور فیزیکی درمدار رخ میدهد ، هیچ اطلاعاتی بما نمیدهند. بعنوان مثال ، فقط وقتیکه عبارت $v(t)>0$ با جهت‌قراردادی برای ولتاژ توأم گردد ، می‌توانیم دربارهٔ ولتاژهای نسبی گره‌های A و B اطلاعاتی بدست آوریم .

ازآنچه گفته شد واضح است که میتوان بیک شاخه ، یک‌جهت قراردادی دلخواه ولتاژ و یک جهت قراردادی جریان تعیین نمود واصولاً این‌جهت‌های قراردادی‌مستقلند. معمولاً متداول‌است که جهت‌هایی که **جهت‌های قراردادی‌متناظر**[۱] خوانده می‌شودانتخاب شوند . جهت قراردادی ولتاژ شاخه وجهت قراردادی جریان شاخه را **متناظر** گویندا گر جریان مثبت از سری که علامت + دارد وارد شاخه شده ازسری کـه علامت — دارد از شاخه خارج شود . جهت‌های قراردادی نشان‌داده شده درشکل(۱ - ۱) و (۱ - ۲) هردو جهت‌های قراردادی‌متناظرمی‌باشند. با یادآوری یک‌مطلب اساسی از درس فیزیک ملاحظه می کنیم که هرگاه جهت‌های قراردادی متناظر بکار رود حاصلضرب $v(t)\,i(t)$ «توانی‌است که درلحظهٔ t به شاخه تحویل داده میشود» .

---

۱ — Associated reference direction

Sabrali.Rozblog.com

اکنون به‌بیان وتشریح جزئیات قوانین اصلی که درمورد مدارهای فشرده بکارمی‌روند می‌پردازیم .

۳- قانون جریان کیرشف (KCL)

ابتدا قانون‌جریان کیرشف‌را برای یک‌حالت‌خاص بیان کرده ، سپس مفهوم آنرا توسعه داده وصورت کلی آنرا بیان می کنیم .

قانون جریان کیرشف

درهر گره ازهرمدار الکتریکی فشرده ودرهر لحظه از زمان ، مجموع جبری جریان همه شاخه‌هایی که ازآن گره خارج میشوند برابرصفر است .

دربکاربردن KCL درهرگره خاص، ابتدا یک‌جهت قراردادی برای جریان هرشاخه تعیین‌می کنیم ودرجمع جبری به‌جریان شاخه‌هایی که جهت قراردادی‌آنها ازگره دور می‌شود علامت مثبت و بجریان شاخه‌هایی کـه جهت قراردادی آنها به گره نزدیک میشود علامت منفی میدهیم . بعنوان مثال ، وقتی KCL را درگره ❷ مدار نشان داده شده درشکل (۱ - ۱) بکار بریم چنین نتیجه میشود :

$$i_4(t)-i_2(t)-i_3(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (۳-۱)$$

زیرا جریان شاخه i_4 دارای جهت قراردادی است کـه ازگره دور می‌شود درحالیکـه جریان شاخه‌های i_2 و i_3 دارای‌جهت قراردادی‌هستند که به گره نزدیک می‌شوند. بطریق‌مشابه ، برای گره ❶ ، KCL بیان میدارد که :

$$-i_1(t)+i_2(t)+i_3(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (۳-۲)$$

که درآنجا جمله اول باید دارای علامت منفی باشد زیرا جهت قراردادی جریان i_1 به آن گره نزدیک می‌شود . دراین فصلهای مقدماتی ، معادلاتی که از بکـار بردن KCL در گره‌های مختلف بدست می‌آیند ، نظیر معادلات (۱ - ۳) و (۲ - ۳) ، را «معادلات گره» می‌نامیم .

Sabrali.Rozblog.com

قانون جریان کیرشف دارای اهمیت بسیار زیادی است . ساده بودن این قانون و آشنایی قبلی ما با آن ممکن‌است برخی‌از خواص عمدهٔ آنرا پنهان سازد . بمنظور تأکید این خواص **تبصره‌های**[۱] زیر درج می‌شود .

تبصره ۱- KCL یک محدودیت «خطی» روی جریان شاخه‌ها برقرار میکند . بعبارت دیگر ، معادلات(۱ - ۳) و (۲ - ۳) معادلات‌جبری «خطی همگن»[۲] (باضرایب ثابت) ازمتغیرهای i_1 ، i_2 ، i_3 ، i_4 و i_6 میباشد .

تبصره ۲- KCL درمورد هرمدارالکتریکی فشرده بکارمیرود و اینکه عناصر مدار خطی ، غیرخطی، اکیتو، پسیو، تغییرپذیر با زمان ، تغییر ناپذیر با زمان و غیره باشند اهمیتی درکاربرد این قانون ندارد . (معنی دقیق این صفات درفصلهای بعد دیده خواهد شد) نحوه دیگر بیان این مطلب آنستکه بگوئیم : "KCL به ماهیت اجزاء مدار بستگی ندارد".

تبصره ۳- اگر بخاطر بیاوریم که جریان داخل یک شاخه ، مقدار بارالکتریکی جاری شده در واحد زمان ازآن شاخه را مشخص‌میکند ، واضح است‌که KCL بیان‌میدارد که بارالکتریکی‌درهیچ گرهی‌جمع نمیشود. بعبارت‌دیگر ، « KCL اصل‌بقای بارالکتریکی را درهرگره بیان میکند» .

تبصره ٤- یک‌مثال برای‌حالتی‌که KCL درآن‌صدق‌نمی کند **آنتن شلاقی**[۳]، مثلاً درسوتور سیکلت یک پلیس، میباشد. واضح است هنگامیکه آنتن کار میکند، جریانی درپایه آنتن وجود دارد درحالیکه جریان نوك آنتن درهرلحظه مساوی صفر است . از طرف دیگر ، این حقیقت را هم میدانیم که طول این آنتن درحدود یک چهارم طول موج متناظر با فرکانس کارآنتن است . بنابراین ، این آنتن یک مدار فشرده نیست و ما نباید انتظار داشته باشیم که KCL درموردآن صدق کند .

---

۱ — Remarks

۲ — Homogeneous

۳ — Whip antenna

Sabrali.Rozblog.com

٤- قانون ولتاژ کیرشف KVL

برای اینکه قانون ولتاژ کیرشف را بیان کنیم باید بدانیم که منظور ما از یک حلقه[۱] چیست. درفصل نهم، تعریف دقیق حلقه وقتیکه شبکه های کلی معرفی میشوند دیده خواهد شد. آنچه ظاهراً احساس می‌شود، منظور از یک‌حلقه یک مسیر[۲] بسته است. بنابراین اگر ما یک مدار را بصورت تعدادی ازشاخه های بهم پیوسته درگرهها درنظر بگیریم، یک مسیر بدین ترتیب تشکیل میشود که ازیک گره شروع کرده یک یا چند شاخه را بطور متوالی طی می کنیم ودریک گره‌دیگرمتوقف می‌شویم. یک‌مسیر بسته، مسیری‌است که گره‌ابتدایی و گره انتهایی آن روبهم منطبق باشند.

قانون ولتاژ کیرشف

درهر حلقه ازهر مدارالکتریکی فشرده ودرهر لحظه از زمان، مجموع جبری ولتاژهای شاخه‌های حلقه برابر صفر است.

برای بکار بردن KVL، یک‌جهت قراردادی برای‌حلقه تعیین میکنیم. درمجموع جبری که KVL را بیان میکند، ولتاژ شاخه هایی که جهت قراردادی‌آنها باجهت قراردادی حلقه یکی‌است‌را با علامت مثبت وولتاژ شاخه هایی که‌جهت قراردادی‌آنها باجهت‌قراردادی حلقه یکی نیست را با علامت منفی درنظر میگیریم.

مثال- مدار شکل (۱ - ٤) را درنظر بگیرید.

الف - وقتی KVL درحلقه I که از شاخه‌های ٤ و ٥ و ٦ تشکیل می‌شود بکار رود چنین نتیجه می‌شود:

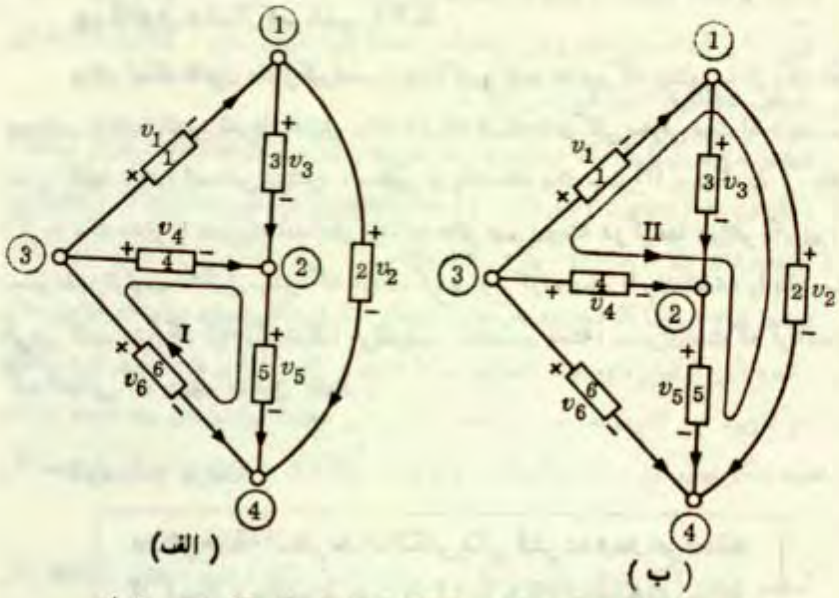
$$v_4(t)+v_5(t)-v_6(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (4-1)$$

جهت قراردادی‌انتخاب شده برای‌این‌حلقه (مشخص‌شده با I) درشکل(۱-٤ الف) دیده می‌شود. جهت قراردادی ولتاژهای شاخه‌های ٤ و ٥ موافق جهت قراردادی حلقه I

---

۱ — Loop ۲ — Path

Sabrali.Rozblog.com



شکل ۱-٤- مثال تشریح کننده KVL ، حلقه‌های I و II مشخص شده‌اند .

بوده درحالیکه جهت قراردادی ولتاژ شاخه ٦ موافق جهت قراردادی حلقه I نیست . بنابراین v_4 و v_5 را با علامت مثبت و v_6 را با علامت منفی درنظر میگیریم .

ب - وقتی KVL را درحلقه II که از شاخه‌های ۱ و ٤ و ٥ و ۲ تشکیل میشود بکار بریم چنین نتیجه می‌شود :

$$-v_1(t)+v_4(t)+v_5(t)-v_2(t)=0 \qquad \text{برای همه } t \qquad (4-2)$$

جهت قراردادی این حلقه (مشخص شده با II) درشکل (۱ - ٤ ب) دیده میشود .

دراین فصلهای مقدماتی ، معادلاتی که از بکار بردن KVL درحلقه های مختلف بدست می‌آید ، نظیر (۱ - ٤) و (۲ - ٤) ، را معادلات حلقه می‌نامیم . بمنظور تأکید اهمیت این قانون مهم ، تبصره‌های زیر درج میشود :

تبصره ۱- KVL یک محدودیت «خطی» بین ولتاژهای شاخه های یک حلقه برقرار میسازد .

تبصره ۲- KVL درمورد هرمدارالکتریکی فشرده بکارمیرود و اینکه عناصر مدار

Sabrali.Rozblog.com

خطی ، غیرخطی ، اکتیو ، پسیو ، تغییرپذیر با زمان ، تغییرناپذیر با زمان و غیره باشند اهمیتی درکاربرد این قانون ندارد . بعبارت‌دیگر، «KVL به ماهیت اجزاء مدار بستگی ندارد» .

۵- طول موج و ابعاد مدار*

منظور ازاین بخش آنستکه بطور ساده و حسی(۱) بحث کنیم که اگر ابعاد یک مدار قابل مقایسه یا حتی بزرگترازطول موج متناظر با بالاترین فرکانس موردنظر باشد چه‌اتفاقی روی میدهد . برای بررسی این شرط گیریم که d بزرگترین بعد یک مدار و c سرعت انتشار امواج الکترومغناطیس و λ طول موج بالاترین فرکانس موردنظر و f فرکانس باشد . این شرط بیان میدارد که :

d درحدود λ و یا بزرگتر ازآنست (۱—۵)

حال $\tau \triangleq d/c$ زمان لازم برای انتشار امواج الکترومغناطیسی از یک سرمدار تا انتهای دیگر آنست+ . چون :

$$\frac{\lambda}{c} = \frac{1}{f} = T \qquad \text{و} \qquad f\lambda = c$$

که درآن T پریود بالاترین فرکانس موردنظر است . بنابراین شرط ارتباط دهنده ابعاد مدار وطول موج را می‌توان بطرز دیگری برحسب زمان ، بصورت زیر بیان کرد :

τ درحدود T و یا بزرگتر ازآنست (۲—۵)

بنابراین با بخاطر آوردن تبصره‌های مربوط به‌امکان بکاربردن KCL و KVL درفرکانسهای بالا ، میتوان گفت مادامیکه زمان انتشار امواج الکترومغناطیسی در داخل محیطی که مدار درآن قرار دارد بطور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از پریود بالاترین فرکانس موردنظر باشد KCL و KVL درمورد هرمدار فشرده‌ای برقرارست .

---

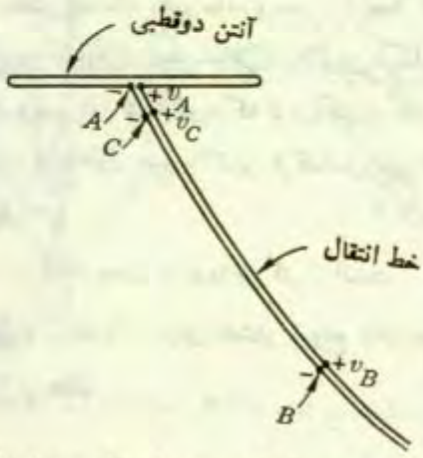
* بخشها و زیر بخشهایی که با علامت * مشخص میشوند میتوانند بدون برهم زدن پیوستگی مطالب کتاب حذف شوند .

۱ — Intuitively

+ علامت $\triangleq$ بمعنی تساوی بموجب تعریف است .

Sabrali.Rozblog.com

مثال- برای درک اهمیت شرایط ذکرشده در (۱-۵) و (۲-۵) یک آنتن **دوقطبی**[۱] گیرندهٔ FM و خط انتقال ۳۰۰ اهمی که آنرا به گیرنده متصل میکند را درنظر میگیریم. اگر ما خط انتقال را بررسی کنیم ملاحظه می‌شود که از دوسیم مسی موازی که داخل ماده عایقی پلاستیکی قراردارد وبوسیله همین ماده درفاصله ثابتی از یکدیگر نگاهداشته می‌شود،



شکل ۱-۵- یک آنتن دوقطبی که بیک خط انتقال وصل شده است.

تشکیل شده است. برای سادگی فرض میکنیم که خط انتقال ازسمت راست بینهایت طویل است (به شکل (۱-۵) مراجعه شود). اگر امواج الکترومغناطیسی با سرعت بینهایت منتشر شود، دراینصورت بمحض اینکه ولتاژی درآنتن القاء شود این ولتاژ بطور همزمان درهرقسمت خط ظاهر میگردد. اما برای ملاحظهٔ اینکه اگر سرعت انتشار بینهایت نباشد و مثلاً ۳×۱۰^۸ متر برثانیه باشد چه اتفاقی رخ میدهد، فرض می کنیم که یک ولتاژ سینوسی با فرکانس ۱۰۰ MHz درآنتن ظاهر شود. دراین‌صورت:

$$v_A(t) = V_0 \sin(۲\pi \times ۱۰^۸ t)$$

که درآن V_0 ثابتی است برحسب ولت و t برحسب ثانیه بیان میشود. حال ببینیم که درنقطهٔ B که مثلاً بفاصلهٔ ۰٫۱ متری پائین خط قرار دارد چه اتفاقی می‌افتد. چون سرعت

---

۱ — Dipole

Sabrali.Rozblog.com

انتشار برابر ۳×۱۰^{۸} متر برثانیه است ولتاژ درنقطه B بمقدار :

$$۱ر۵/(۳ \times ۱۰^{۸}) = ۵ \times ۱۰^{-۹} \text{ sec}$$

نسبت به‌ولتاژ درنقطه A ، عقب می‌افتد و بنابراین :

$$v_B(t) = V_۰ \sin(۲\pi \times ۱۰^{۸})\ (t - ۰ر۵ \times ۱۰^{-۸})$$

$$= V_۰ \sin(۲\pi \times ۱۰^{۸}\, t - \pi)$$

$$= -V_۰ \sin(۲\pi \times ۱۰^{۸}\, t) = -v_A(t)$$

درلحظه t ولتاژ خط درنقطه B درست مخالف ولتاژ نقطه A است ! حقیقت اصلی اینستکه تفاوت بین $v_A(t)$ و $v_B(t)$ ناشی از زمان انتشار میباشد که دراین حالت قابل صرفنظر کردن نیست . در واقع زمان انتشار از A تا B برابر ۵ nsec (۵×۱۰^{-۹} sec) است و پریود کامل سیگنال سینوسی v_A برابر ۱۰ n sec است .

حال ، اگر برحسب طول موج فکر کنیم ، چنین بدست می‌آوریم که درفرکانس ۱۰۰ MHz :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{۳ \times ۱۰^{۸}}{۱۰^{۸}} = ۳ \text{ m}$$

بنابراین فاصلهٔ A تا B نصف طول موج میباشد .

البته چنانچه ما v_A و v_C را باهم مقایسه می کردیم که درآن نقطه C مثلاً بفاصله یک سانتیمتری سمت راست A قرار دارد دراینصورت زمان انتشار از A تا C درحدود ۴×۱۰^{-۱۱} sec بوده و :

$$v_C(t) = V_۰ \sin\left[(۲\pi \times ۱۰^{۸})\ (t - ۴ \times ۱۰^{-۱۱})\right]$$

$$= V_۰ \sin(۲\pi \times ۱۰^{۸}\, t - ۰ر۰۲۵)$$

یعنی فاز v_C بمقدار ۰ر۰۲۵ رادیان ، که تقریباً برابر ۱ر۳ درجه میباشد ، از v_A عقب‌تر است . بالنتیجه ، برای همه t ،

$$v_A(t) \approx v_C(t)$$

Sabrali.Rozblog.com

خلاصه

● قوانین کیرشف ومدل عناصر فشرده یک مدار درصورتی معتبرند که بزرگترین بُعد فیزیکی مدار، درمقایسه با طول موج بالاترین فرکانس موردنظر، کوچک باشد. تحت این شرایط، ولتاژ دوسر هرشاخه، یا هرجفت گره، کاملاً معین می‌باشد و جریانیکه ازیک سر وارد هرعنصر میشود کاملاً معین بوده وبرابر جریانی‌است که ازسردیگرآن خارج می‌شود.

● قانون جریان کیرشف KCL بیان میکند که درهرگره از هرمدار الکتریکی فشرده و درهرلحظه از زمان، مجموع جبری‌جریانهای همه شاخه‌هایی که ازگره خارج‌میشوند برابر صفر است.

● قانون ولتاژ کیرشف بیان میکند که درهرحلقه از هرمدار الکتریکی فشرده و در هرلحظه از زمان، مجموع جبری ولتاژهای همه شاخه‌های حلقه برابر صفر است.

● قوانین کیرشف محدودیت‌های خطی روی ولتاژ شاخه‌ها و جریان شاخه‌ها برقرار میسازند و بعلاوه آنها به ماهیت عناصر مدار بستگی ندارند.

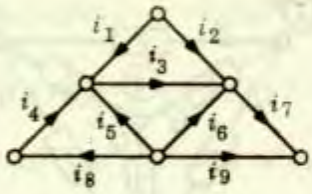
● هرگاه درشاخه‌ای جریان‌مثبتی‌از سری که علامت + دارد واردشده واز سری که علامت − دارد خارج شود، جهت قراردادی ولتاژ و جهت قراردادی جریان این شاخه را جهت‌های قراردادی متناظر مینامیم. با انتخاب‌جهت‌های قراردادی متناظر، توان تحویل داده شده به شاخه برابربا حاصلضرب ولتاژ شاخه و جریان شاخه میباشد.

مسائل:

محاسبه‌طول‌موج ۱- یک گیرنده FM توسط کابلی‌بطول ۲m به‌آنتن متصل است. بادرنظرگرفتن اینکه گیرنده برای فرکانس ۱۰۰ MHz تنظیم شده است، آیا میتوان گفت که جریان‌لحظه‌ای در ورودی گیرنده باجریان‌درسرهای‌آنتن مساوی‌است؟ واگرچنین‌نیست، برای چه طول تقریبی کابل این جریانها برابر خواهند بود؟

KCL ۲- بعضی از جریانهای شاخه‌های مدار نشان داده شده درشکل (مسأله ۲-۱) مانند $i_1=2$ ، $i_2=1$ ، $i_7=2$ و $i_8=3$ معلوم‌است (برحسب آمپر).

Sabrali.Rozblog.com



شکل (مسأله ۲-۱)

آیا با این اطلاعات میتوانید جریانهای بقیه شاخه‌ها را حساب کنید ؟ توضیح دهید . (جریانهایی‌را که میتوانیدحساب کنیدتعیین کرده‌واطلاعات‌اضافی‌را که‌برای‌محاسبهٔ‌جریانهایی که نمیتوانیدحساب کنید احتیاج دارید بیان نمائید) .

KVL ۳- فرض کنید درمدار مسأله ۲ ، جهت‌های قراردادی متناظر برای ولتاژ شاخه‌ها انتخاب شده باشد ، و ولتاژهای شاخه‌های زیر داده شده باشند :

$$v_1 = v_2 = v_6 = v_9 = 1 \quad \text{ولت}$$

آیا با این اطلاعات میتوانید ولتاژهای بقیه شاخه‌ها را حساب کنید ؟ توضیح دهید .

KVL و KCL ٤- درمدار نشان داده شده درشکل (مسأله ٤ - ١) ، برای جهت‌های قراردادی متغیرهای شاخه‌ها جهت‌های قراردادی متناظر انتخاب می‌شود .

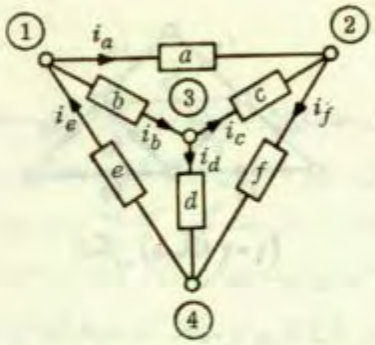
الف - KCL را برای گرههای ❶ ، ❷ ، ❸ و ❹ بکار برید . نشان دهید که معادله KCL که برای گره ❹ نوشته میشود نتیجه‌ای از سه معادله پیشین است .

ب - حلقه‌ای را که شاخهٔ درونی نداشته باشد مِش[۱] خوانند . KVL را برای سه مِش مداری که درشکل دیده میشود بنویسید . همچنین KVL را برای حلقه‌های abdf - afe و acde - bcfe بنویسید ونشان‌دهید که این‌معادلات نتیجه سه‌معادلهٔ مِش پیشین است .

---

۱ — Mesh

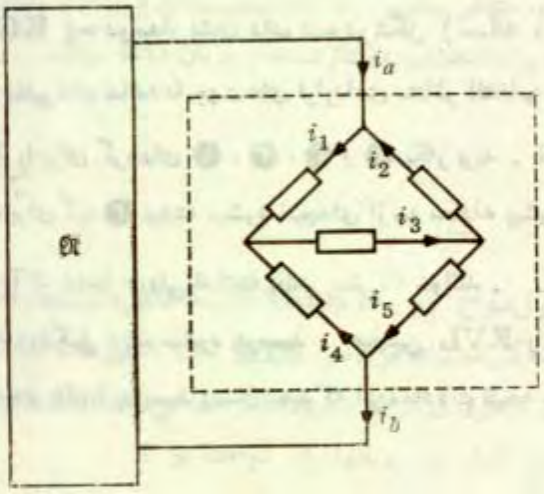
Sabrali.Rozblog.com



شکل (مسأله ٤-١)

حلقه ۵- درمدار نشان داده شده درشکل (مسأله ٤ - ١) همه حلقه‌های ممکن را مشخص سازید .

KCL ٦- قسمتی از مدار نشان داده شده درشکل (مسأله ٦ - ١) که باخط چین مشخص شده‌است را میتوان بعنوان یک عنصر دوسر که به بقیه مدار $\mathcal{N}$ متصل است درنظر گرفت . آیا $i_a = i_b$ است ؟ پاسخ خود را ثابت کنید .



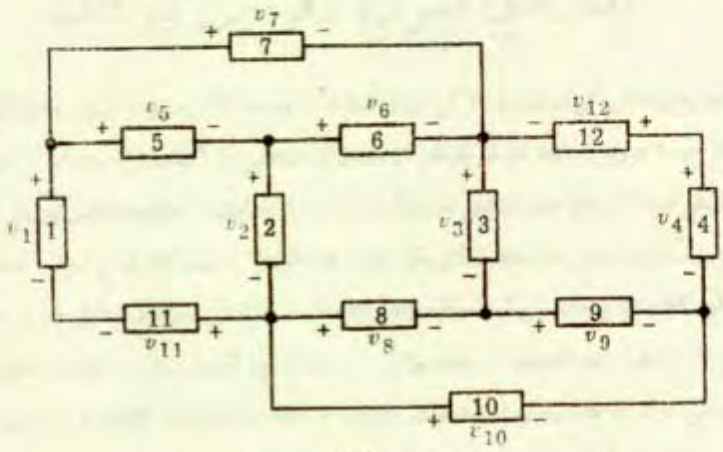
شکل (مسأله٦-١)

Sabrali.Rozblog.com

۷- KVL درمدار شکل(مسأله ۷-۱) ولتاژهای زیر برحسب ولت‌داده شده‌اند:

$$v_1 = ۱۰\ ،\ v_2 = ۵\ ،\ v_4 = -۳\ ،\ v_6 = ۲\ ،\ v_7 = -۳\ \text{و}\ v_{12} = ۸$$

ولتاژهای شاخه‌هایی راکه میتوانید بدست آورید تعیین کنید .



شکل مسألهٔ ۷-۱

۸- KCL درمدار شکل(مسأله ۷-۱) جریانهای شاخه‌ها درجهت‌های قراردادی متناظر اندازه‌گیری و نتایج زیر برحسب آمپر داده شده‌اند :

$$i_1 = ۲\ ،\ i_۳ = -۵\ ،\ i_۴ = ۵\ ،\ i_۱۰ = -۳\ ،\ i_۱۱ = ۱$$

آیا میتوانید جریانهای بقیه شاخه‌ها را تعیین کنید؟ جریان شاخه‌هایی راکه میتوانید بدست بیاورید تعیین کنید .

۹- KCL درمدار شکل (مسأله ۷-۱) جریانهای شاخه‌هادرجهت‌های قراردادی متناظر اندازه‌گیری شده‌اند . ثابت کنید :

$$i_1 + i_۲ + i_۳ + i_۴ = ۰$$

$$i_۷ + i_۹ + i_۸ + i_{۱۰} = ۰$$