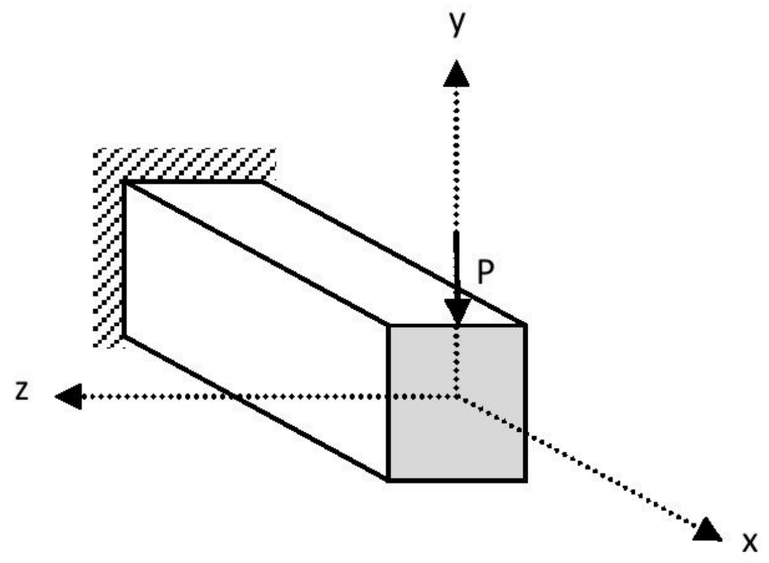
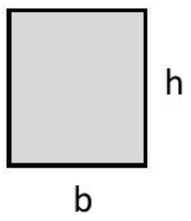
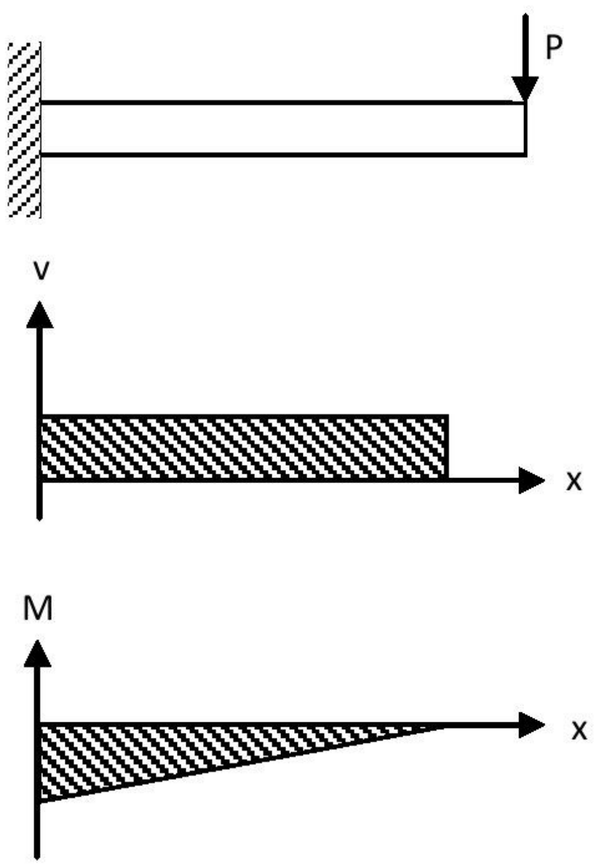
خمش دومحوری:

الف) اگر نیروی P مطابق شکل بر تیر اثر کند :







$$\rightarrow \quad \sigma = -\frac{My}{I} \quad \xrightarrow{M<0} \quad \begin{array}{|c|}\hline \\ \text{- - - - -} \\ \\ \hline \end{array} \quad \begin{matrix}\sigma > 0 \\ \\ \sigma < 0\end{matrix}$$

ب) اگر نیروی F به صورت زیر به تیر وارد شود :

$$\sigma = -\frac{M_y z}{I_y}$$

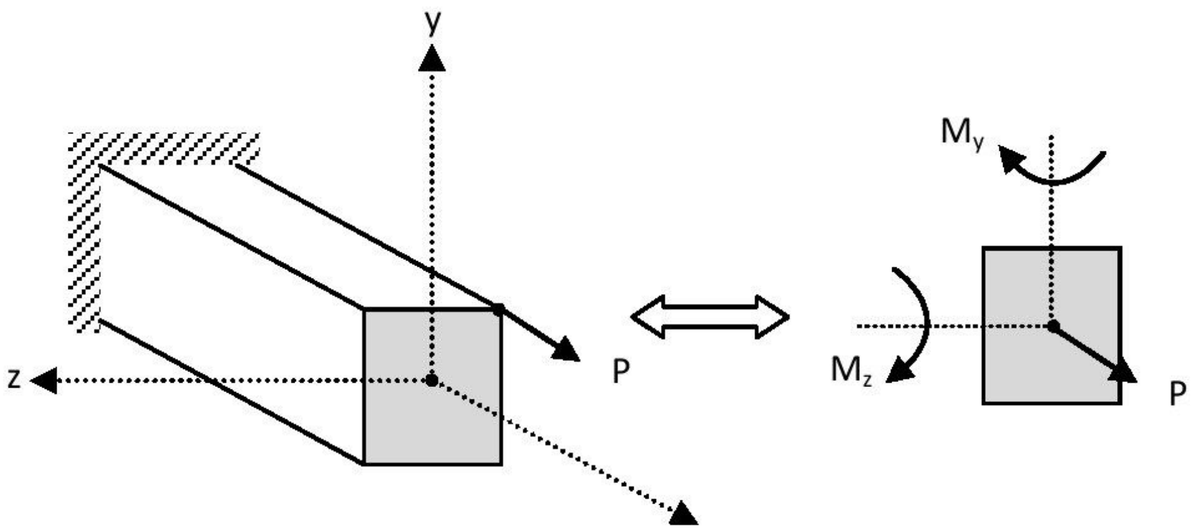
ج) اگر F و P هم‌زمان عمل کنند :

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}$$

نکته: در مرکز مختصات که $y = 0$ و $z = 0$ تنش صفر است.

نکته: برای بدست آوردن محور خنثی کافیست رابطه تنش را مساوی صفر قرار دهیم.

$$\sigma = -\frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y} = 0 \qquad \rightarrow \qquad y = \frac{M_y}{M_z} \cdot \frac{I_z}{I_y} z$$ معادله خط :

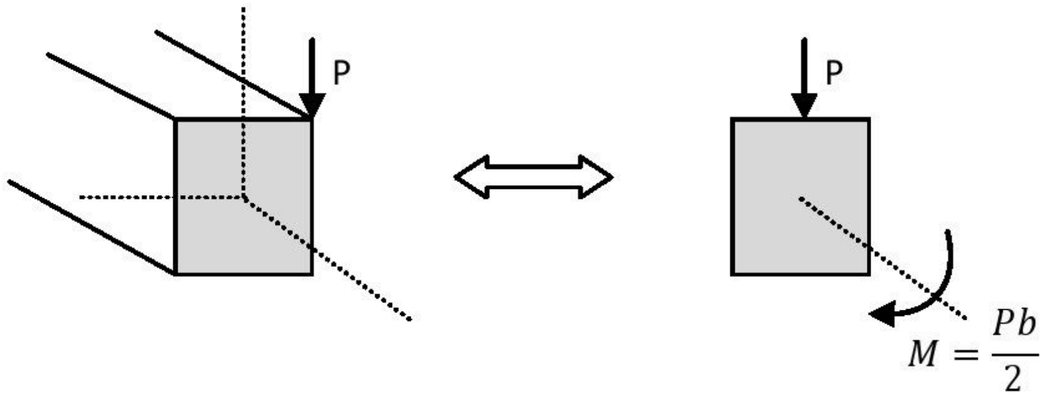


د) اگر نیرو از مرکز جرم نگذشته باشد :

$$M_y = -\frac{Pb}{2}\ ,\ M_z = -\frac{Ph}{2}$$

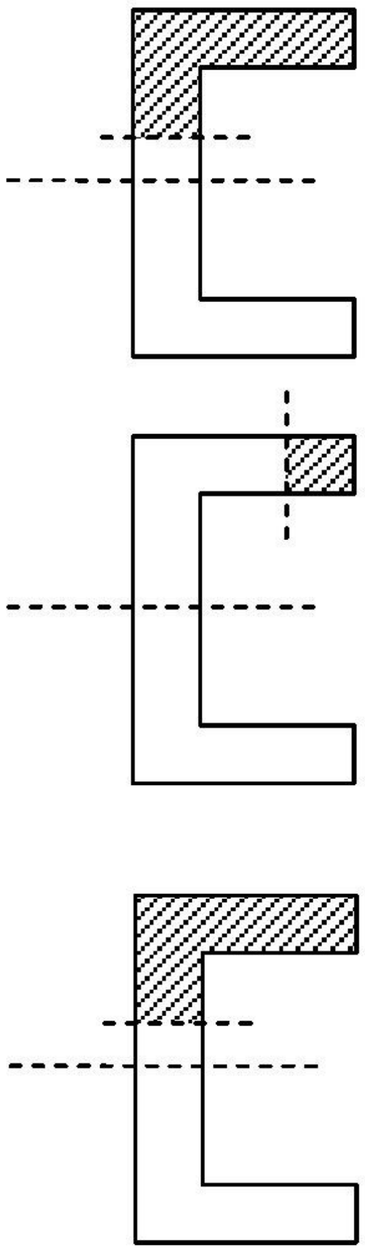
$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M_y z}{I_y} + \frac{M_z y}{I_z}$$

ه) گشتاور حول x که باعث پیچش می‌شود :



جریان برش در جدارنازک‌ها:

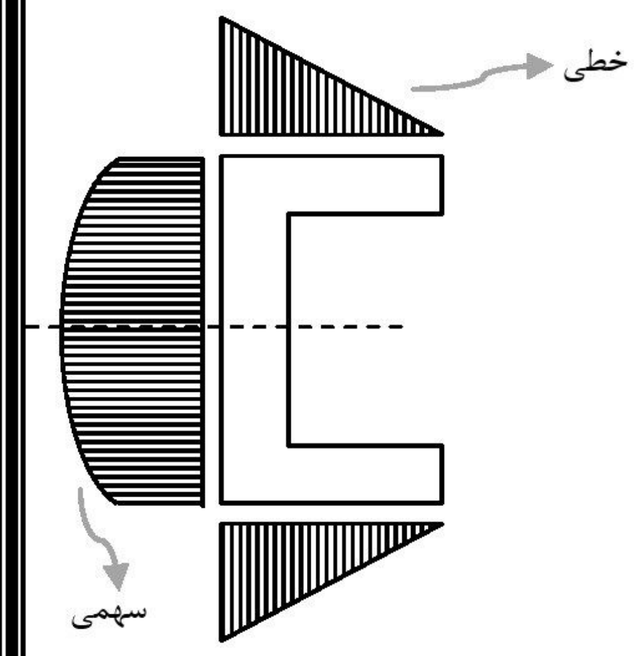
هرگاه عرض برش زده کم بود (مانند جدارنازک‌ها) فرض می‌شود که تنش برشی روی سطح یکنواخت است.



$f = \frac{VQ}{Ib} \times b = \frac{VQ}{I}$ جریان برش

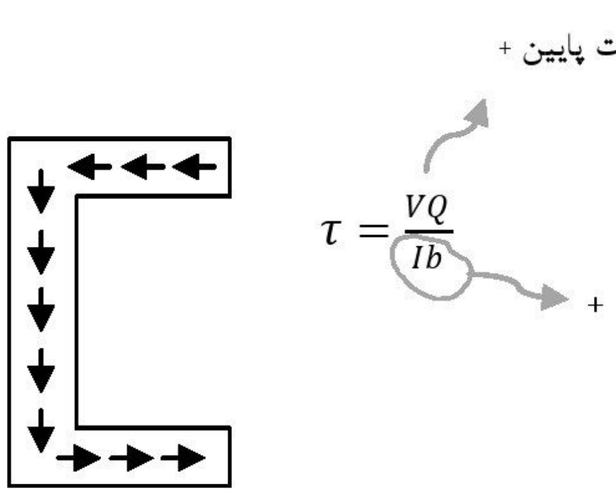
$\tau = \frac{VQ}{Ib}$ → متناسب با Q به صورت خطی در طول تغییر می کند .

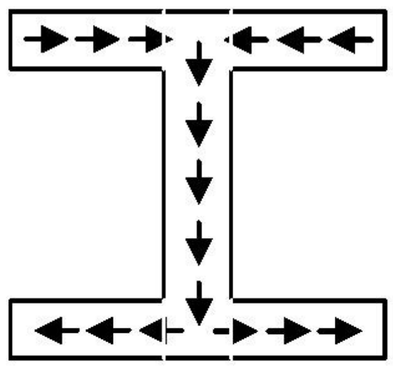
$\tau = \frac{VQ}{Ib}$ → متناسب با Q به صورت سهمی در ارتفاع تغییر می کند .



- نمایش تغییرات تنش برشی در طول و ارتفاع :

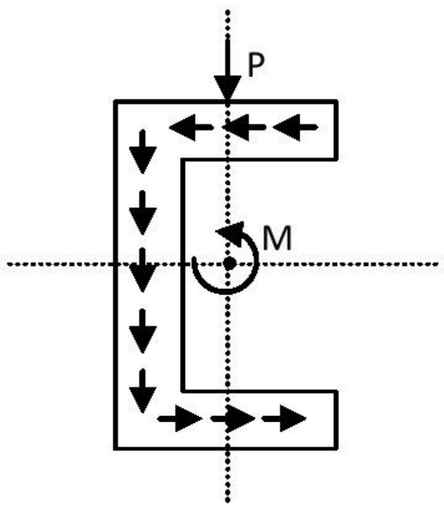
- نمایش جهت تنش برشی در طول و ارتفاع :



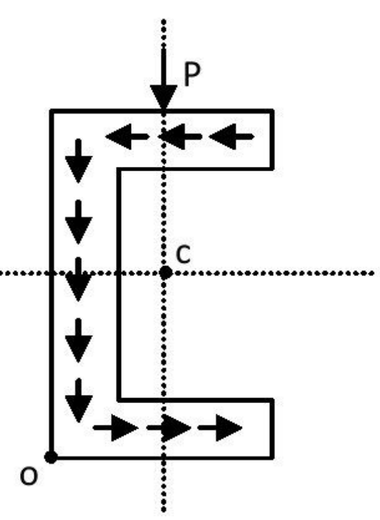


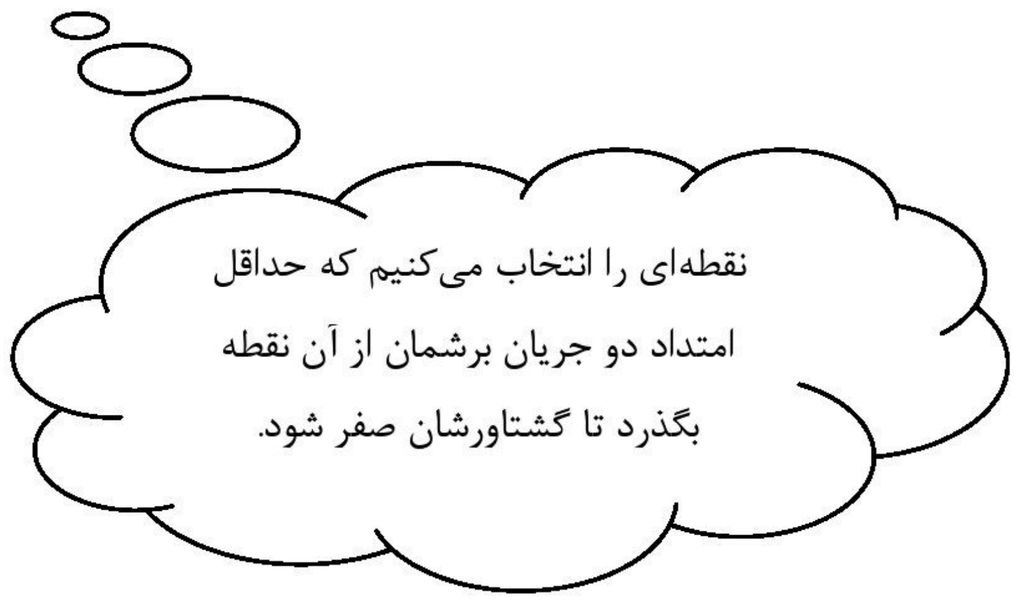
- در خمش جریان برش به گونه ایست که از یک طرف وارد و از طرف دیگر خارج می شود. بر خلاف جریان برش در پیچش که همواره دوران‌وار بود.

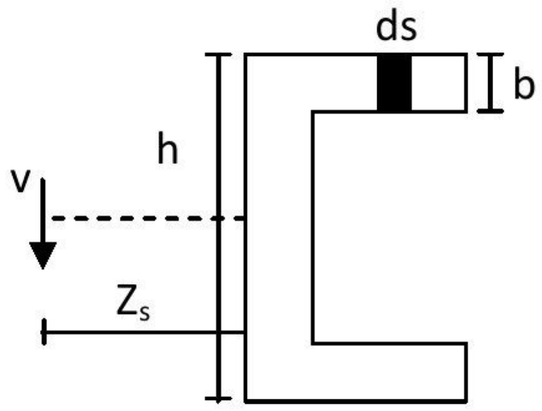
در جدارنازک‌ها باید دقت شود که تعادل حول مرکز سطح بررسی شود و بار به جایی وارد شود که سطح جدارنازک ما تحت پیچش قرار نگیرد :



برای پیدا کردن محل وارد کردن با بدون ایناد پیچش :







$$\int_0^d \tau\,(bds)h = VZ_s$$

$$\int_0^d \frac{VQ}{IB}.bh.ds = VZ_s \quad \rightarrow \quad \frac{h}{I}\int_0^d Qds = Z_s$$

از طرفی : $Q = b \times S \times \frac{h}{2}$ $\rightarrow$ $\frac{h^2 b}{2I}\int_0^d SdS = Z_s$ $\rightarrow$ $Z_s = \frac{h^2 bd^2}{4I}$

(Z_s : مرکز برش)